



Premi *Hèracles* 2010-2011

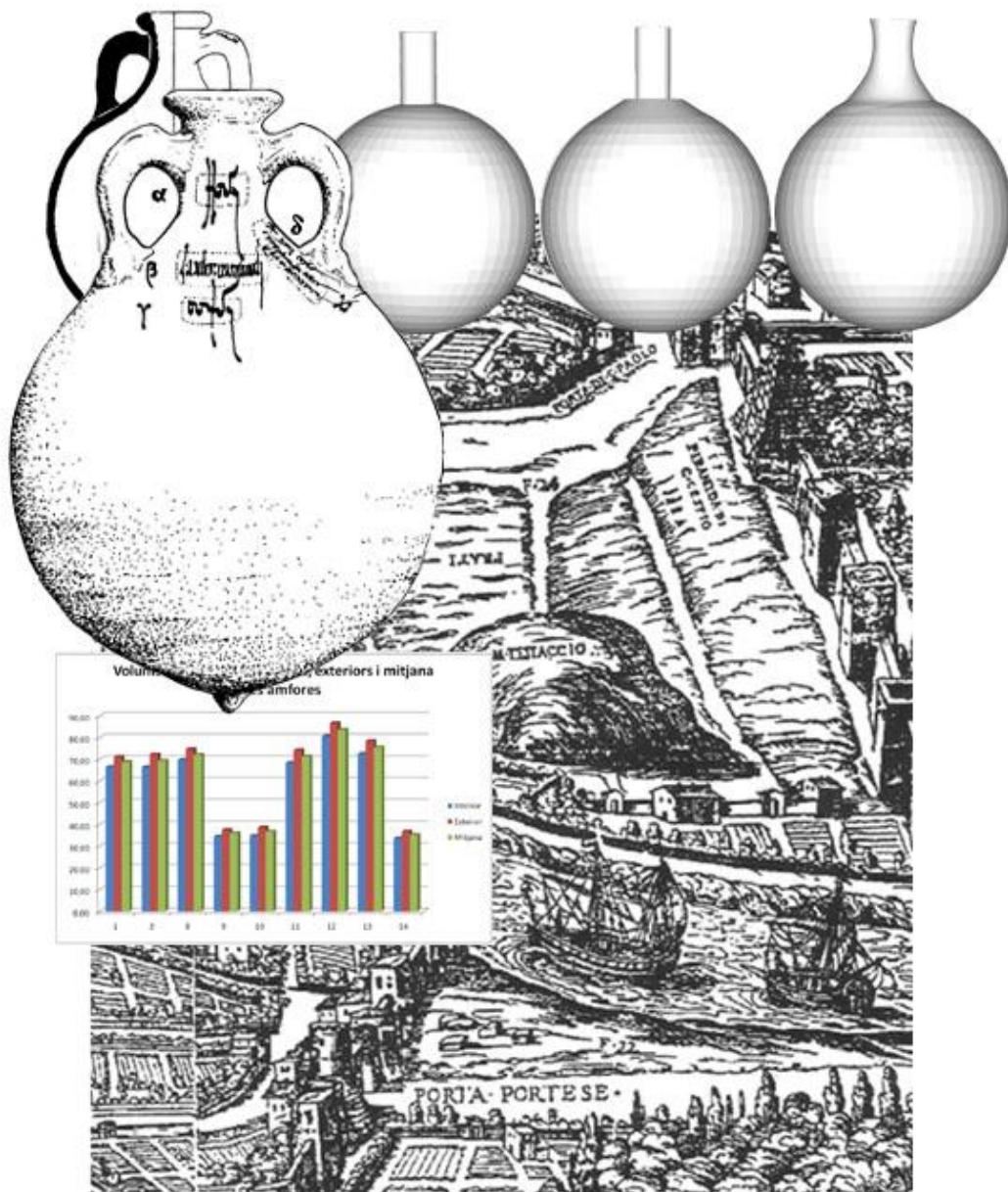
Primer premi

Autor: Alexandre GÓMEZ LAUDO

Títol del treball: Aplicacions matemàtiques per al càlcul de volums i capacitats de les àmfores d'oli
bètiques: suport científic per a arqueòlegs

Tutor: Jaume Salvó Canet

Centre: Col·legi Maristes Sants-Les Corts



Treball de recerca

Aplicacions matemàtiques per al càlcul de volums i capacitats de les àmfores d'oli bètiques: suport científic per a arqueòlegs.

ÍNDIX

PRÒLEG.....	4
I. PART HISTÒRICA I ARQUEOLÒGICA	6
1. Aproximació històrica i econòmica a la producció, comercialització i distribució de l'oli bètic i els seus contenidors	7
1.1 L'explotació de la vall del Guadalquivir: la transcendència de la producció oleícola a l'economia Bètica.....	7
1.2 Sobre la fabricació de la Dressel 20	9
1.3 El transport de les àmfores	11
1.4 L' <i>annona</i> i els circuits “annonaris” de l'oli bètic	15
1.5 El Mont Testaccio	18
2. Les àmfores oliaries Bètiques	20
2.1 Les àmfores oliaries Bètiques	20
2.2 La importància epigràfica de la Dr. 20.....	23
2.3 El significat de les xifres hispàniques en posició α i γ de l'àmfora Dr. 20.....	26
3. Inventari amfòric	31
4. Matemàtiques per a arqueòlegs.....	32
II. PART MATEMÀTICA	34
5. Aplicacions matemàtiques per al càlcul de volums i capacitats de les àmfores d'oli bètiques: suport científic per a arqueòlegs.....	35
5.1 Descomposició aproximativa en sòlids regulars: Esfera, cilindre i tronc cònic.....	35
5.1.1 L'esfera i el cilindre. Calculadora A	36
5.1.2 L'esfera, el tronc cònic i el cilindre. Calculadora B	37
5.2 Mètode de mosaic.....	40
5.3 Mètode dels cilindres concèntrics.	40
5.4 Mètode de rodanxes	42

<i>6. Anàlisi dels diferents mètodes</i>	43
6.1 Calculadora A: cilindre+ esfera.	44
6.2 Calculadora B: cilindre + tronc cònic + esfera.....	44
6.3 Diferències de capacitat entre els dos mètodes	45
6.4 Mètode dels cilindres concèntrics	47
6.5 Mètode de rodanxes.	49
<i>7. Conclusió</i>	51
<i>8. Documentació</i>	54
Abreviacions utilitzades a la bibliografia d'aquest treball:	54
Bibliografia.....	54
Fonts literàries	56
Fonts epigràfiques	56
Pàgines web:.....	57
<i>Annexes</i>	58

PRÒLEG

Partint de la meva predilecció per les matemàtiques, varis han estat els elements que han motivat la meva elecció per aquest treball; esmentaré els tres principals. El primer d'ells, va ser la fascinació que vaig experimentar al conèixer l'existència del Mont Testaccio a Roma, la seva formació i el seu simbolisme. Vaig necessitar veure'l amb els meus ulls i recórrer el perímetre de tan peculiar promontori. És impressionant pensar que, fragment a fragment d'àmfora, pogués al llarg dels segles elevar-se un monument a l'oli, al comerç de l'oli, a l'oli majoritàriament Bètic... Com no havia de sorprendre'm a mi, sinó que no ha parat de sorprendre a quants han tingut i tenen notícia del Testaccio, inclòs, en el seu moment, fins al propi Cervantes!

Altre element que va facilitar la meva elecció va ser la meva afició a la anomenada dieta mediterrània. No puc pensar en la meva alimentació sense l'oli d'oliva, crec que és saludable i d'excel·lents prestacions gustatives i culinàries. Aquests gustos em fan sentir més pròxim a la cultura romana, una cultura que li va donar tal importància a l'oli d'oliva.

Els signes de civilització que els romans van difondre al territori de totes les nacions conquistades són símbols que distingien allò que és romà d'allò que és bàrbar: la llengua, l'educació, l'oci o la dieta eren alguns dels elements romanitzadors. Per això, l'oli no pot ser entès com una mercaderia en termes econòmics moderns, doncs compleix uns requisits culturals i polítics.

A casa, és un producte que sempre està present a la cistella de la compra setmanal. És molt curiós que s'hagin conservat "l·listes de la compra" amb preus d'època romana, en les que hi figura l'oli. Disposem de 10 l·listes en diversos papirs egipcis d'aquesta època i en 7 d'ells apareix l'oli. En dos dels casos, el cost de l'oli representa un percentatge molt alt del total de la factura (44,13% i 28,57 %), encara que la proporció més corrent és del 7%. A Pompeia es van trobar dues inscripcions, publicades al CIL IV, que recullen també una sèrie de "l·listes de la compra" en les quals apareix l'oli. Una d'elles, CIL IV, 4428, és la més interessant, ja que recull la llista de la compra de 8 dies consecutius. Algun d'aquests dies la despesa de l'oli arriba a representar entre el 40 i el 35% del total de la compra, mentre que altres dies no s'esmenta la seva adquisició. El percentatge mig de despesa d'oli, en aquestes l·listes de Pompeia, és d'un 15% del

pressupost total de la cistella diària. Aquests percentatges mostren la importància que tenia en la dieta alimentària aquest producte¹.

Com explico al treball, l'oli en aquesta època, no es dedicava solament a l'alimentació, sinó a moltíssims altres usos, era un producte essencial.

Finalment esmentaré el tercer element que em va decidir a abordar aquest treball. Després d'aproximar-me al coneixement del que hagué de ser el complex sistema de producció i distribució d'aquest producte, gràcies als estudis de les restes dels seus contenidors, sobre tot les àmfores oliaries Dressel 20, i per tant al món de l'arqueologia, vaig pensar que podria ser útil a molts arqueòlegs que desconeixen el funcionament de les matemàtiques, alguns estudis matemàtics sobre les capacitats dels cossos amfòrics i el disseny d'una calculadora de capacitats amfòriques, el més aproximat possible, ja que els professionals de l'arqueologia, en la majoria dels casos, es troben amb la impossibilitat d'utilitzar mètodes empírics, més enllà del dibuix d'aquestes àmfores.

La interdisciplinarietat d'aquest estudi m'ha resultat un element estimulant, ja que crec fermament que el futur ens ha de dur cada vegada més a l'assistència d'uns coneixements a uns altres, com a mètode més consolidat d'avanç en el coneixement.

¹ Dades extretes de C. Carreras Monfort & P.P.A. Funari, (1998).

I. PART HISTÒRICA I ARQUEOLÒGICA

1. Aproximació històrica i econòmica a la producció, comercialització i distribució de l'oli bètic i els seus contenidors

1.1 L'exploració de la vall del Guadalquivir: la transcendència de la producció oleícola a l'economia Bètica

*“de Turdetania s'exporta blat, molt vi, i oli no només molt sinó també molt bo”*²

Estrabó

L'oli un factor important a l'economia de la Bètica

El nom de la província Bètica prové de l'antic nom del riu Guadalquivir, el *Baetis*. És al llarg d'aquest riu que les prospeccions arqueològiques han donat més premses d'oli i més forns d'àmfores d'oli Dressel 20.

L'oli a l'Antiguitat era un producte preciós que tenia molts usos: alimentaris, medicinals, farmàcia, higiene personal, cosmètics, perfumeria, cerimònies religioses, com a combustible per a il·luminació, lubricant d'arres i armes, etc. Era un producte imprescindible³. Diversos autors d'època romana⁴, d'origen hispà, van comparar l'oli de la Bètica amb els millors olis de la península itàlica, trobant similars comentaris en escriptors d'altres províncies. El reconeixement d'aquesta importància es reflecteix en la mateixa representació d'Hispania que apareix en les monedes dels emperadors Galba i Adrià, com una matrona amb una branca d'olivera a la mà⁵.

L'olivera era coneguda a la Bètica abans de la romanització, gràcies als fenicis, encara que la seva producció devia de ser, en aquest moment, molt limitada. Tot això va canviar a partir d'August. La colonització hauria de servir de base econòmica a un Estat

² Str. III, 2, 6.

³ Plin. NH 14, 150, parla “d'oli necessari” per al cos humà.

⁴ Mart. 12, 98, 1: “*Baetis olivifera crinem redimite corona*”(Riu Betis, que ceneixes els teus cabells amb una corona d'olivera); Colum. V, 8, 5: “*oleum optimum Licinia dat... sed neque depressa loca...*” (Col·lumela menciona el paisatge de la Bètica com adequat pel cultiu de l'olivera).

⁵ M, Beltran Lloris, *Las ánforas romanas en España*, Zaragoza, 1970, p.593

que havia de mantenir a un exèrcit professional, que havia d'enfortir i defensar les seves fronteres. El fenomen de l'expansió de l'olivera bètica coincideix amb el fenomen de la citada colonització. El comerç de l'oli s'aprofitaria de la magnífica xarxa viària, i sobretot fluvial, per a donar sortida a aquest article. En pocs anys, la Bètica passaria d'importar oli a inundar els mercats forans d'altres províncies, de la pròpia Roma o per a l'exèrcit en zones frontereres (*limes*).

El clima i la fertilitat del sòl units a una bona infraestructura que permetia uns preus competitius, va afavorir que els emperadors organitzessin el proveïment d'oli per l'*annona*. Diversos emperadors van concedir privilegis fiscals i jurídics per incentivar la participació dels particulars.

Les àmfores eren els recipients en els quals es transportava l'oli. Es van fabricar a les *figlinae*,⁶ establertes en les zones argilenques pròximes als rius, en particular el Guadalquivir i el Genil. Al començament, aquestes terrisseries eren considerades una instal·lació annexa a la vil·la⁷ amb una producció “limitada”, passant després a transformar-se en un procés “industrialitzador”, al fer-se més complex el comerç de l'oli.

El transport de l'oli des dels *fundus*⁸ fins a la via de sortida dels productes, és a dir, el riu, es va fer, probablement, en odres, per raons de seguretat en el transport de l'oli i perquè l'administració pública controlava com s'omplia cada àmfora⁹. Es van establir els punts de control en els llocs de confluència dels productes, als embarcadors i a les *figlinae* annexes.

Tot això va produir una concentració de terrisseries en els punts d'embarcament, que al seu torn, serien les sortides naturals de les àrees de producció. Cada centre de producció atenia les necessitats d'exportació del seu entorn.

Els investigadors no han pogut establir fins a quin punt la producció d'àmfores, oli i el comerç d'aquestes van recaure en mans diverses o en les mateixes. Alguns centres només van produir per a una família, mentre que en altres, es van produir al

⁶ *Figlina*: lloc de producció de les àmfores (veure nota a peu de pàgina 47, pàg. 24).

⁷ La vil·la romana era un habitatge rural; les seves edificacions formaven el centre d'una propietat agrícola.

⁸ *Fundus*: finca (veure nota a peu de pàgina 48, pàg. 24).

⁹ Ho demostren les xifres pintades a les àmfores del Testaccio (consultar capítols 2.2 i 2.3).

mateix temps un considerable nombre de marques¹⁰ distintes, la qual cosa demostraria una diversitat de funcions. Els *fundi* que no limitaven amb el riu, necessitaven d'uns altres que produïssin les seves àmfores.

Van arribar a ser gairebé cent les terrisseries que van fabricar àmfores Dr. 20 (fig. 1, pàg. 62), sent la de La Catria la més preponderant d'elles, sobretot en època flavio-trajana; unes altres d'importància en diferents moments van ser Arva, Malpica, Les Delícies... Alguns d'aquests forns van treballar per a pocs productors d'oli però, d'altres, ho van fer per a molts individus i es van mantenir en actiu força temps.

1.2 Sobre la fabricació de la Dressel 20

La terrisseria: el torn de terrisser. Formes de tornejar

Encara que importants per a la comprensió morfològica de les àmfores Dressel 20, no podem, per l'amplitud del treball, detenir-nos en les tècniques de terrisseria. No voldria deixar d'esmentar el torn o roda de terrisser, ja que és l'element mecànic de major importància en el procés de fabricació de peces ceràmiques. La funció del torn és proporcionar força centrífuga a una porció de fang pastat que es col·loca al centre de la roda. Per a fabricar el contenidor, el terrisser usa les mans aprofitant aquesta força centrífuga del torn. Serà aquesta propietat física la que permeti generar cossos de revolució, que seran la base de l'estudi matemàtic desenvolupat en aquest treball.

La majoria dels estudiosos pensen que l'àmfora Dressel 20 es va fabricar per parts. Ventres, colls i nanses, es van fer per separat. El ventre s'aixecaria de manera que quedés en posició invertida quan es muntés l'àmfora (fig. 2, pàg. 63). S'aixecaria una forma globular, oberta fins a la meitat del cos aproximadament, per a després anar tancant la forma, deixant prou espai perquè el terrisser pogués acabar de treballar el cos.

¹⁰ El motiu que les àmfores es segellessin era la necessitat d'identificar la producció d'oli de cada propietari i serien útils per a la comptabilitat de les *figlinae*, sobretot per a les que produïen àmfores per a uns altres. En línies generals es pot dir que durant els segles I i II dC. les àmfores solen dur un únic segell que comporta normalment els *tria nomina*, als que de vegades se sol afegir el nom de la *figlina*, la indicació numèrica de cada forn, el nom del *oficinador* o l'element *portus*, (consultar capítol 2.2).

El forat superior permetria respirar la peça i ajudar-la en l'assecat. Amb l'argila encara humida, es marcarien els grafits amb un punxó (grafits *ante cocturam*)¹¹.

Els colls es tornejarien sobre un rodell ¹², s'aixecarien i amb l'ajuda del raspador i de la badana o d'un teixit s'ajudaria l'artesà per a realitzar el llavi. S'amidaria la part inferior perquè coincidís amb la part superior del ventre i es tallaria. La part del ventre també s'hauria tallat per on hauria utilitzat el mesurador¹³. Es grataria i es cobriria bé amb llim la secció inferior de la peça que estaria més seca i centrada sobre la roda. Es col·locaria un rodell solt sobre la vora de la secció superior tornejada, humida per a donar-li la volta. Se sostindria el rodell al que encara està enganxada la part superior i s'unirien les peces entre si i s'allisaria la junta. Es tallaria amb el filferro o fil per a separar el rodell de dalt i es continuaria unint per dintre i per fora, tornejant les dues vores juntes. La base humida del coll de la part de dalt seria ara la part superior de la forma humida. Es tornejaria per a transformar-la en vora o s'afegiria més. Així doncs, llavi i coll es realitzarien en la mateixa peça.

Les nanses es fabricarien a part, confeccionant llargs xurros, que segurament tallarien sobre la mateixa taula on es deixarien per a l'assecat “a punt de cuir”, unes al costat d'unes altres. Llavors les nanses s'uneixen directament a la peça en el punt desitjat. La peça en qüestió ha de ser prou sòlida i ferma perquè no es deformi al col·locar la nansa.

Les tapes o *opercula* també es fabricarien al torn; són petits discs de ceràmica que presenten un petit peduncle en el centre adaptat als dits del terrisser i a la vora externa una forma còncaua que deixaria la vora, de les tapes, més alta que la part interior, quedant per la part de baix, al centre, un buit còncau i els laterals convexos. Alguns presenten un forat. Probablement durien una corda per a facilitar l'obertura.

Finalment, les àmfores serien espatulades per a tancar els porus i posteriorment engalbades aplicant-se l'engalba amb una brotxa.

¹¹ Aquesta forma de tornejar l'àmfora explica, que una vegada aquesta estigui muntada i en posició vertical correcta, els grafits quedin en la part de sota de l'àmfora i no es vegin (pels grafits, consultar capítol 2.2).

¹² Rodell: espècie de falsa roda que pot separar-se del cap del torn, duent amb si l'atuell. Així, no hi ha distorsió de la part superior de l'atuell al aixecar-lo i aquesta part pot tornar-se a centrar fàcilment i realitzar en ella altre treball si és necessari.

¹³ En la terrisseria tradicional, s'han vingut utilitzant compassos i varetes amb marques per a les diferents mesures, fins i tot, útils semblants a croses amb un tercer braç cap a baix, de manera que quan es presenten sobre una peça que seria globular, poguessin donar-li al mateix temps la mesura de la profunditat i l'ample.

Es desconeix si el mateix terrisser feia el cos i el coll, si hi havia una especialització en una determinada part de l'àmfora, fent el que seria una rudimentària cadena de treball o si es regirien per alguna cosa tan senzilla, com després de fer un artesà, un nombre determinat de ventres, alternaria amb la producció de colls.

Els investigadors no saben el nombre de terrissers que podien arribar a treballar en una terrisseria, les possibilitats de producció, ni tan sols si eren estables¹⁴.

Assecat dels contenidors. El forn

Una vegada tornejades les peces han d'assecar-se. Aquesta dessecació l'havien de fer primer a l'ombra i després al sol. Cada cert temps les havien d'anar girant perquè s'anessin assecant per igual. Aquest procés s'havia de fer forçosament a l'aire lliure. Posteriorment es courien en un forn.

No ha estat excavat sistemàticament cap forn. Bonsor i Ponsich¹⁵ han reconegut un considerable nombre d'ells i tots menys dos són de cambra anular amb un gran pilar central. Remesal¹⁶ va poder dibuixar i estudiar un trobat a La Catria.

Les descripcions i característiques dels forns de cocció d'àmfores romanes farien massa extens el capítol d'aquest treball (fig. 3, pàg. 63).

1.3 El transport de les àmfores

La importància de la forma com van ser transportades les àmfores és un tema primordial, ja que no només ha estat decisiu a l'hora de marcar els diferents estudis sobre les rutes annonàries, sinó que també va incidir sobre la mateixa forma de l'àmfora, que es va anar adaptant a aquest transport, duent-la, amb el temps, a una major relació i amortització de l'espai.

¹⁴ La troballa a Malpica d'una estructura de 50 per 25 metres com a mínim, amb una sèrie d'estances quadrades que donen a un carrer, han fet pensar als arqueòlegs que es tracta de les habitacions estacionals dels treballadors de la terrisseria. La construcció és de començaments del segle II dC. i es va mantenir útil fins a mitjans del mateix. L'estat en que es va trobar aquesta gran estructura ha donat motiu a una interessant idea de Remesal amb la possibilitat que existissin grups de terrissaires itinerants.

¹⁵ George Edward Bonsor Saint Martin (1855-1930): pare de l'arqueologia moderna a Espanya.; M. Ponsich (1927-2010): arqueòleg d'origen francès nascut a Rabat (Marroc) pioner en la valoració i estudi de la Vall del Guadalquivir a l'Antiguitat.

¹⁶ J. Remesal, 1977-1978: 95-97.

En el transport de mercaderies en època romana prevalia la utilització del transport naval per via marítima i fluvial sempre que fos possible.

Nombrosos derelictes carregats d'àmfores i troballes de restes de contenidors d'oli testimonien el transport d'àmfores per aquest mitjà al Mediterrani: Cabrera 3 (Balears), Culip 4 (Cala Culip, Cap de Creus, Girona), Port-Vendres 2 (a les costes del Rosselló francès), Sant Gervais 3 (Fos-sud-mer, Boques del Roine), Planier 2 (Marsella), Grand-Ribaud B (Hyères, Var), Lavezzi 1 i 2 (Estret de Bonifaci, Còrsega)¹⁷, etc. (fig. 4 a 6, pàg. 64).

Tot sembla indicar que, al transport de mercaderies, la via terrestre era utilitzada quan no eren possibles ni la marítima ni la fluvial i en general, per a distàncies curtes.

El transport de les àmfores des dels punts de producció fins a la seva sortida al mar

L'oli, segons Varró¹⁸, era dut a lloms d'animals en bots fins al lloc on s'omplien les àmfores. Aquestes una vegada seques i llestes per a ser utilitzades serien col·locades en barques en els petits embarcadors condicionats als ports de la riba del riu proper als centres d'embarcament que amb freqüència coincidirien amb els centres productors. Una vegada carregades, les barques es dirigirien cap als punts on les àmfores serien emmagatzemades fins al moment de la seva partida (*Corduba, Hispalis*, etc). A l'arribada de les embarcacions al port corresponent, els *mensores machinarii* o *ponderatores*¹⁹ assistits pels *tabularii*²⁰ procedien a la comprovació del pes ja anteriorment marcat en l'àmfora (nombres pintats al coll i al ventre), (fig. 8, pàg. 65). Si, com seria el més freqüent, les àmfores no estaven destinades a ser exportades immediatament, serien emmagatzemades als *horrea*²¹ o magatzems sota la vigilància dels *horearii*, normalment esclaus públics o lliberts. Aquests depenien del *praefectus Annonae*, de la mateixa manera que el *adjutor praefecti Annonae at óleum afrum et hispanum*, i ambdós serien controlats pel governador de la província²². En aquesta regió

¹⁷ Tots els derelictes esmentats transportaven en major o menor quantitat àmfores Dressel 20. Parker (1992) i Liou (1998).

¹⁸ Varro *RR* 2, 6,5, referit a Itàlia.

¹⁹ Los *mensores machinarii* o *ponderatores* eren els comprovadors oficials del pes de les àmfores plenes.

²⁰ Los *tabularii* eren secretaris comptables que duien compte exacte de totes les mercaderies registrades.

²¹ Les àmfores plenes es disposaven col·locades en files, clavades en una capa de sorra o en uns cavallets especials (*in cuneum*). M.H. Callender, *Roman Amphorae*, New York – Toronto, 1965, p. 43.

²² El governador de la província sembla haver estat el responsable del manteniment i control dels *horrea*, ja que des del s. I aC, si tenien una finalitat pública o imperial, arribaven a ser propietat de l'emperador.

aquests magatzems van ser arrendats a particulars *diffusores olearii* que comercialitzarien almenys una part de la producció d'oli de la regió.

Les àmfores emmagatzemades als diferents punts de recepció durant l'hivern, serien enviades pel riu fins a *Hispalis*, on serien carregades en els mercants que les haurien de transportar per mar. Els estibadors (*phalangarii*) utilitzaven un sistema pel qual l'àmfora era portada per dos homes suspesa per mitjà de corretges d'una llarga perxa, dipositant-les després curosament al celler del vaixell. Aquí les àmfores eren apilades en diverses capes de forma que es travessin directament entre si, panxa contra panxa²³ (fig. 10, pàg.66). Un funcionari depenent del *Praefectus Annonae* (per l'oli annonari) vigilava l'operació d'embarcament i s'encarregava de pagar als transportistes i lliurar els rebuts. En altres casos serien els recaptadors d'impostos o *portoria*²⁴, vigilats (des d'època de Vespasià) per esclaus i lliberts imperials²⁵ i finalment, complerts els tràmits, ja podien baixar cap al mar.

El Guadalquivir un riu navegable a l'època romana

El Guadalquivir tenia certes condicions naturals per a la navegació. El primer tram del riu des de la seva desembocadura fins a Alcalá del Rio no presentaria problemes per al transport naval. *Hispalis* va ser el principal empori comercial de la *Baetica* i fins allí arribaven els vaixells de més grandària. El tipus més freqüent d'aquests vaixells va ser el *corbitae*²⁶, ventrut i lent, podia arribar a pesar 400 tones, el que suposava el pes de 3.500 àmfores plenes d'oli. Els grans mercants que remuntaven el Guadalquivir, solien ser remolcats, principalment a la part baixa del riu, remuntant-lo mitjançant petites barques de rem *scaphae*.

Al segon tram del riu, comprès entre *Iliipa* (Alcalá del Rio) fins a *Corduba* (Còrdova), l'enginyeria romana va fixar el llit del riu i va regular el cabal i la velocitat

²³ Per a protegir les àmfores s'utilitzava una mica de palla i en rares ocasions duïen una coberta protectora com s'ha trobat en alguns derelictes; de vegades s'establia un entarimat que les feia independents i disminuïa els riscos de ruptura. Un vaixell de tonatge mig podia transportar de 2000 a 3000 àmfores.

²⁴ Els recaptadors d'impostos o *portoria* pertanyien, amb freqüència, a companyies capitalistes que arrendaven la seva percepció per un *lustrum* (5 anys).

²⁵ L'import dels drets de duana variava segons les regions, la d'Hispania seria la més baixa: 2% i 2.5% amb els Severs.

²⁶ Segons el diccionari Daremberg pàg. 1504 i 1505, és una nau de la família que els romans anomenaven naus *onerariae* o naus de càrrega. Estaven reservats al transport de queviures i duïen com distintiu una cistella a la punta del pal de la nau *corbis*. Hauria donat l'etimologia del seu nom. Funcionava exclusivament a vela, va arribar fins a l'Edat Mitjana i del seu nom deriva l'actual corbeta.

del corrent convertint-lo en navegable, encara que només podia ser remuntat, segons testifica Estrabó²⁷, per barques de ribera²⁸.

Fins a Alcalá del Rio, només podien remuntar les embarcacions petites, com les anomenades naus *codicariae* de casc arrodonit, completament cobertes, amb celler i amb un pal de la nau situat en la part davantera, destinat fonamentalment a la sirga, que podia ser desmuntat; aquestes naus tenien freqüentment un cabrestant per a realitzar la sirga amb punts fixos. L'arrossegament des de la riba o amb remolcadors s'imposava en la navegació de riu amunt en tots aquells vaixells que mancaven de remes. En ocasions van poder utilitzar-ne per a la sirga equips de bous, encara que la manera més normal sembla haver estat l'ocupació d'equips d'homes *helciarii* que tibaven penosament des de la riba de la sirga, fixa al pal de la nau, davant del seu centre de gravetat (fig.7, pàg. 65). Aquest sistema de tracció des de l'exterior exigiria l'existència de camins de sirga apropiats, la bona conservació dels quals seria un dels deures dels funcionaris encarregats de mantenir la navegabilitat del *Baetis*.

Organització de la càrrega

Les excavacions submarines han possibilitat la recuperació d'un gran nombre de naus d'època romana, naufragades al llarg de les rutes que connectaven Roma amb les províncies, el que ha permès conèixer les característiques tècniques i l'organització de les seves càrregues (fig. 10, pàg.66).

L'estabilitat de la nau és un tema cabdal en el transport d'aliments envasats en àmfores. En un vaixell es pretén transportar la major quantitat possible de carregament en el menor espai possible i amb les millors condicions de seguretat. Per al transport de líquids, al món clàssic la solució idònia va ésser l'àmfora. Aquest envàs, a l'interior d'un vaixell, encaixa el pivot i la part inferior del cos entre el coll de les àmfores col·locades en la capa inferior, de tal manera que les àmfores de la capa inferior

²⁷ Str. 3, 2, 3.

²⁸ Seria un tipus d'embarcació evolucionada, segons Plini el Vell (Plinio 6, 26, 10), de les barques fluvials que els romans anomenaven *linter* o *lintris* i que segons el *Dictionnaire des Antiquités Grecques et Romaines*, Paris, 1877-1918, vol. VI, 1260: "Barca per a aigües de poca profunditat, sense quilla, sense pont, sense veles, generalment reservada per a la navegació fluvial o lacustre... El *linter* servia per a transportar viatgers, animals i mercaderies, especialment en aquells llocs que l'escassa profunditat de les aigües impediaven l'ocupació d'embarcacions grans. No tenia el fons pla com la simple xalana ramblera: el seu casc era arrodonit, el que la feia molt mòbil però també molt inestable." Altre tipus d'embarcació seria la *ratis*, que seria una mena de xalana ramblera moguda a remes segons el *Dictionnaire Daremberg-Saglio*.

impedeixen que es mogui l'àmfora de la capa superior i, a la vegada, aquesta bloqueja el moviment de les inferiors, quedant perfectament travades. L'espai restant s'aprofita col·locant paquets i fardells, creant un bloc compacte capaç d'evitar tant el corriment de la carrega com la trencadissa dels contenidors en cas de temporal.

S'evitarien, sempre que fos possible, les descarregues parcials ja que obligaven a tornar a estibar correctament el carregament (fig. 9, pàg. 65), sobretot en les naus de gran tonatge amb molts milers d'àmfores²⁹. Es crea, així, el concepte de port principal i de port secundari³⁰.

1.4 L'*annona* i els circuits “annonaris” de l'oli bètic

“Freqüentment la penúria consumeix a l'exèrcit més que la lluita, i la fam és més cruel que l'espasa”³¹
Vegetius

Una de les principals preocupacions d'August i dels emperadors que li van succeir va ser la d'abastar la ciutat de Roma amb productes alimentaris bàsics, per a evitar tumults, i tenir en compte les provisions de l'exèrcit³². Per resoldre aquestes necessitats, August va crear entre el 8 i el 14 dC. la *praefectura annonae*.

Per primera vegada es va instaurar una veritable administració que s'encarregava que els aliments de primera necessitat arribessin regularment a la *Urbs* i als exèrcits. Els productes es captaven en les províncies romanes com tributs en espècies, per compra a compte de l'Estat, mitjançant vendes obligatòries (*indictiones*), o bé com rendiments dels latifundis imperials.

²⁹ Com queda exemplificat en el cas del derelicte Culip IV (Nieto, *et al.*, 1989), les grans naus amb carregament d'oli andalús havien de passar per davant del port d'Empúries sense aturar-se i part d'aquestes àmfores, que havien fet un viatge directe entre el Guadalquivir i Narbona, havien de desfer cap al sud part del viatge fet abans cap al nord per poder-les transportar en un petit vaixell de redistribució i proveir els emporitans.

³⁰ Segons Nieto, port principal és aquell que té l'estructura portuària, la maquinària, els magatzems, els operaris, el capital i les persones amb capacitat de decisió per a fer possible l'arribada o la partida de vaixells que en ruta directa uniran dos ports principals a partir dels quals, i en un segon graó de l'organització del comerç naval, petites embarcacions amb carregaments heterogenis proveiran als ports secundaris de la zona d'influència econòmica, des d'on, i en un tercer graó, es proveiran els habitants d'aquest port o els de les *villae* de la zona d'influència econòmica.

³¹ Veg. *Mil.* 3,3.

³² Com exemples, Suet. *Tib.* 34: “...disposà... que al mercat el preu dels queviures fos cada any regulat per decisió del senat...” i Suet. *Claud.* 18, 2: “I també, havent-se produït una manca de queviures per una seguida de collites dolentes, la turba un dia l'aturà al mig del fòrum i l'aclaparà d'insults, tirant-li rosegons de pa i tot, de tal manera que no pogué entrar al palau sinó per una porta falsa, i llavors imaginà tots els mitjans per tal de fer arribar queviures, encara que fos a l'hivern”.

La *praefectura annonae* era la institució que l'Estat romà va destinar a l'acaparament i distribució d'aliments³³.

L'emperador controlava tot el procés, ja que era essencial per a mantenir el poder, controlar el subministrament i la distribució d'aliments a Roma i a l'exèrcit³⁴ (fig. 12, pàg.67). L'emperador podia delegar part de les atribucions; a nivell de tot l'Imperi, les tenien el *Praefectus annonae* a Roma, a nivell provincial els *Procuratores augusti*, que eren els que dirigirien la recollida dels productes; i a nivell local o regional, alguns militars integrats en el *officium* del governador, que eren els que acaparaven efectivament els productes.

Des del seu origen, es van fer necessaris els funcionaris públics o agents controlats per l'Estat, perquè treballessin en l'aprovisionament dels recursos alimentaris. A la Bètica, només coneixem a un alt càrrec públic relacionat directament amb el proveïment de l'*annona*. Coneixem per les fonts literàries i per l'epigrafia als *navicularius*, *negotiator*, *mercator* o *diffusor*, tots treballen per a l'*annona*, encara que no estan ben definides les seves funcions.

Els *navicularii* eren aquells que transporten l'oli prèviament controlat per l'Estat cap a Roma i els campaments militars, i que per això reben un pagament de l'Estat (*vectura*). Els *negotiatores* i els *mercatores* són els comerciants privats de major o menor envergadura, que van ajudar a la *praefectura annonae*, en la seva labor de facilitar l'acaparament de l'oli a la Bètica. Aquests personatges van rebre a canvi beneficis i privilegis. Per últim, els *diffusores olearii*, actuaven com agents de l'Estat per a acaparar l'oli envasat en àmfores i posar-lo a la disposició dels *navicularii*. Eren intermediaris entre els propietaris de l'oli a la Bètica i els comerciants/transportistes establerts en altres llocs de l'Imperi, els quals trobem en els ports principals del Mediterrani occidental.

Al s. II l'*annona* va adquirir una importància extraordinària, va tenir una administració complexa i perfectament jerarquizada. Va ser el resultat d'una gradual

³³ El professor Remesal pensa que, "el *praefectus annonae* havia de disposar d'un estoc d'aliments que li permetés intervenir sobre el preu de mercat, mantenint així un "preu polític" dels aliments bàsics, i, en cas de carestia, subvenir a les necessitats essencials".

³⁴ Gràcies a aquest gran sistema redistributiu d'aliments, l'oli bètic, pagat com a tribut, es difon fins a les fronteres de l'Imperi, ja que formava part de la dieta de les milícies. Per això, són molt abundants les àmfores bètiques en les fronteres britànica i germànica - danubiana.

intervenció de l'Estat. Les inscripcions pintades a les àmfores del Mont Testaccio reflecteixen aquest continu i progressiu control sobre la circulació d'aliments.

Encara que va existir el comerç lliure com demostra el fet d'haver-ne trobat marques d'àmfores bètiques a tot l'occident romà, el comerç de l'oli bètic va ser controlat i absorbit en la seva gran majoria per l'*annona*³⁵, quedant palès la gran importància que la província de la Bètica va tindre dintre de l'Imperi i el seu immens valor estratègic i polític dintre del món romà.

Segons el professor Remesal: *“l'hegemonia romana es va convertir en un Estat multinacional en el moment en el que, per a salvaguardar els privilegis de Roma, es va haver de concedir privilegis a qui originàriament no constituïen el nucli de la ciutadania romana, però que amb el seu servei ajudaven a mantenir el poder romà. Per a això va ser necessari deixar en mans privades la recaptació de les rendes públiques i el transport de les mercaderies annonàries”*.

Els “circuitos annonaris de l'oli bètic

L'oli bètic era un dels productes que l'Estat, en grans quantitats, desplaçava per mar, requerits per l'*annona* civil a fi d'abastir de productes la capital i l'*annona militaris* per fer arribar les vitualles als exercits estacionats en les fronteres nord-occidentals de l'Imperi. Aquest producte bètic era embarcat a *Hispalis* i transportat als seus destins a través de tres rutes comercials que podem anomenar "circuitos annonaris" (fig. 12, pàg.67).

1.- Per a l' abastiment de Roma, la ruta unia principalment els ports d'*Hispalis* i Ostia.

El subministrament de productes alimentaris bètics, als exercits situats al *limes* (fig. 11, pàg. 67), es feia a través de dues rutes diferents:

2.- La més avantatjosa econòmicament era la ruta de navegació atlàntica directa que permetia a un vaixell carregat d'àmfores d'*Hispalis* que arribés als caps de les legions de la *Germania Superior* i de *Britannia*.

³⁵ Es pot comprendre la importància per a Roma de l'oli bètic pel moviment del port d'Òstia, ja que és el segon producte alimentari importat.

3.- L'altra ruta alternativa consistia a navegar rumb al delta del Roine fent servir els rius Saona i Rin amb destí a les legions de la *Germania*; però, aquest trajecte trobava ruptures de carrega a partir de la conca hidrogràfica del Roine, que a més de retardar l'arribada dels productes gravava el producte en forma de transports i en ma d'obra.

1.5 El Mont Testaccio

“¿Soy yo por ventura el Monte Testaccio de Roma, porque que me tiráis tantos tiestos y tejas?”
El licenciado Vidriera, Miguel de Cervantes³⁶

Formació i descripció física del Mont Testaccio

El Testaccio és un mont situat a l'Aventí *Mons Aventinus*³⁷. Actualment, el Testaccio, és un turó artificial de base més o menys triangular, situat a les proximitats de la riba dreta del Tíber, a la zona sud-est de Roma. Està situat entre la Muralla Aureliana i el riu. L'altura del turó artificial és de gairebé 35 m., sent el seu perímetre de 1490 m., amb una superfície total d'uns 22.000 m², un volum de 555.000 m³, 742.500.000 kg i format per 24.750.000 àmfores. Està cobert parcialment per la vegetació: “*la yerba que le cubre, crece sólo sobre algunas líneas de tierra depositadas por la lluvia. Lo restante, desde la base hasta la cúspide, no ofrece más que un montón inmenso de aquellos pedazos sin mezcla de ninguna otra materia...*”³⁸ (fig. 18, pàg.70).

Al començament del s. II aC., es va construir un nou port fluvial (*emporium*), a la zona compresa entre el Mont Testaccio i el riu Tíber, amb el *Porticus Aemilia*, grans magatzems i dipòsits (*Horrea Galbana, Lolliana, Amiciana, Seiana, Fabaria*), a més d'altres elements entre ells una oficina de duana (*saeptum*)³⁹. Aquestes infraestructures van constituir un punt estratègic en el control del comerç sobre aquest riu i per tant de Roma (fig. 24, pàg. 72).

³⁶ El Mont Testaccio apareix esmentat a diverses obres literàries. La menció més remarcable és la de Cervantes dins de les seves *Novelas Ejemplares*, publicades al 1613, al relat anomenat *El licenciado Vidriera*: “¿Qué me queréis, muchachos porfiados como moscas, sucios como chinches, atrevidos como pulgas? ¿Soy yo por ventura el Monte Testaccio de Roma, porque que me tiráis tantos tiestos y tejas?”.

³⁷ L'Aventí és un dels set turons sobre els que es va construir l'antiga Roma.

³⁸ A “*Italia pintoresca: Roma pintoresca, antigua y moderna: historia, descripción, costumbres actuales*” (veure bibliografia).

³⁹ L'esquema de la zona del port fluvial, els magatzems i el Mont Testaccio apareixen representats en la planimetria general de l'Aventí, de Filippo Coarelli. Els *Horrea Galbana* eren els magatzems annonaris a l'antiga Roma (veure capítol 1.4, sobre el comerç annonari de l'oli). *Horrea Seiana* es considera un edifici de subministrament relacionat amb l'augment de l'oferta de l'oli d'oliva al s. I aC.

L'oli arribava per vaixell en àmfores. Aquestes es descarregaven en el port. Es traspassava l'oli a altres recipients més manejables i es destruïen. La zona que ocupa actualment el Mont Testaccio, pròxima al port i als magatzems, es va escollir per a dipositar els fragments de les àmfores de forma planificada. Després de dipositar cada descarrega de material, es tirava calç per damunt per a evitar olors (fig. 18, 21 i 23, pàg. 70 i 71).

El Mont Testaccio (*Mons Testaceus*) era un abocador on havien estat llançades les àmfores que arribaven a Roma amb diversos productes, sobretot oli, pagats com a tribut de totes les províncies de l'Imperi romà, principalment de la Bètica. Al llarg del temps, el Testaccio es va considerar un símbol del poder de l'antiga Roma. Com abocador, aquest turó, va estar en ús durant centenars d'anys, creixent sempre sota el control de les autoritats.

Gràcies a la quantitat de fragments d'àmfores que el formen i a l'epigrafia que conserven aquests contenidors, el Mont Testaccio és el major arxiu de caràcter econòmic del Món Romà⁴⁰ i un testimoni únic de la història econòmica de Roma compresa entre la República tardana i l'Imperi.

El Mont Testaccio i els plànols de Roma

El Mont Testaccio apareix en alguns dels plànols cartografiats antics⁴¹. Estava situat dins de la Muralla Aureliana. Aquesta zona apareix doncs magníficament documentada. Tots aquests topògrafs ressalten dintre dels seus respectius mapes el Testaccio, concedint-li importància dintre de Roma.

El Mont Testaccio: festes i tradicions

El Mont Testaccio pel seu prestigi va ser un lloc preferit, des de l'Edat Mitjana, per a la celebració de diverses festivitats i cerimònies. També va ser emprat com a cantera de materials i per construir, excavant el seu interior, tavernes de temperatura constant.

⁴⁰ Figures 27 a 30, pàg. 75 i 76.

⁴¹ Figures 16 i 17, pàg. 69 i tapa d'aquest treball.

2. Les àmfors oliaries Bètiques

2.1 Les àmfors oliaries Bètiques

La primera classificació tipològica de les àmfors va ser realitzada per Heinrich Dressel⁴² amb el material de Roma que presentava epigrafia⁴³. Va realitzar una taula tipològica amb 45 formes amfòriques⁴⁴. Les va publicar al *Corpus Inscriptionum Latinarum* (CIL XV). La forma nombre 20, correspon a l'àmfora oliaria bètica (fig. 25, pàg. 73).

Una de les característiques de la *Dressel 20*, a més de la pasta ceràmica, és la gran uniformitat formal, malgrat la seva llarga existència i a ser fabricada per gairebé un centenar de terrisseries de la riba del riu *Baetis* (Guadalquivir) i del seu afluent el *Singilis* (Genil). Els terrissaires van acatar uns patrons de mesura i forma en cadascuna de les diferents etapes evolutives de l'àmfora (fig. 26, pàg.74).

Els estudis sobre els diferents tipus de la *Dressel 20* són nombrosos i complexos, però podríem definir els prototips de les diferents èpoques i les seves característiques diferencials de la següent manera⁴⁵:

⁴² En el darrer quart del segle XIX, H. Dressel, investigador alemany, fou encarregat de l'estudi de les inscripcions sobre objectes comuns trobats a Roma, per tal d'incloure'ls dins el volum XV del *Corpus Inscriptionum Latinarum* (1899). Adonant-se que existien formes molt estandarditzades en les produccions ceràmiques que estudiava, construï els primers quadres tipològics per relacionar les inscripcions i els vasos, adonant-se també que aquests tipus tenien un significat cronològic, de contingut i de procedència. Les seves taules tipològiques relatives a les llànties *lucernae* i a les àmfors segueixen sent utilitzades avui amb plena vigència, tot i les ampliacions i els matisos adquirits en més d'un segle d'investigació.

⁴³ Els criteris amb els quals es va basar Dressel per indicar l'origen, la funció i la cronologia de les àmfors són epigràfics i procedeixen de les dades obtingudes gràcies a la lectura dels rètols en cursiva *tituli picti* que conserven aquestes àmfors. Dressel no només va estudiar el material de *Castra Praetoria*, sinó també el Testaccio i els *Horti Torlonia*.

⁴⁴ *Castra Praetoria* era la caserna dels pretorians a Roma. Es trobava situada entre el Viminal i l'Esquilí i ha donat nom a la zona circumdant. Al segle XIX era un gran dipòsit d'àmfors que s'havien utilitzat per reomplir la zona pròxima a la muralla. Gràcies a aquest material, Heinrich Dressel va poder realitzar els seus estudis que li durien a definir la tipologia amfòrica que duu el seu nom.

⁴⁵ L'estudi dels perfils dels llavis i de la forma i grandària de les nanses i la seva col·locació com element indicador del disseny tipològic, de cronologia i de localització de procedència, no entra en els objectius d'estudi d'aquest treball.

Àmfores oliaries Bètiques tipus precursoras de la Dr. 20. Etapa augustea-tiberiana

Segons les troballes arqueològiques, sembla ser que les àmfores d'oli més antigues són d'època d'August, de finals del s. I aC. La tipologia d'aquesta etapa podia dividir-se en dues formes específiques que respondrien a cronologies diferents:

Tipus A (augustea). Formen part del primer grup les àmfores més antigues, produïdes abans del canvi d'Era, els primers prototips d'oli de la Bètica, que van ser concebuts imitant el disseny de les àmfores oliaries itàliques tardo-republicanes. El seu aspecte és oval i alguns acabats la fan completament diferent de la Dressel 20.

Tipus B (augusteo-tiberià). La cronologia d'aquest tipus abasta des d'inicis del s. I dC. fins a, probablement, el final del principat de Tiberi (14-37 dC.). La seva morfologia ha evolucionat quedant a mig camí entre les àmfores del Tipus A i les primeres formes Dressel 20 d'època juli-clàudia.

Evolució de la Dr. 20

Etapa juli-clàudia

La forma Dressel 20 més antiga es pot datar durant els regnats de Claudi i de Neró (41-68 dC.). Per primera vegada es van estudiar en el treball realitzat per Dressel amb el material del dipòsit d'àmfores de *Castra Praetoria* (Roma). Aquesta fossa té datat el tancament sobre el 45 dC.

La Dressel 20 juli-clàudia té un cos esfèric amb un petit pivot cònic. El llavi és de secció circular, i les nanses, de gran grandària, són amples al capdamunt i estretes per la part de baix, amb un marcat plec en l'arrencada superior.

Etapa flavi-trajana

Les àmfores d'aquest període són les més estilitzades. El cos globular té un perfil més regular i la grandària del peu es redueix a un simple botó. Les nanses són més llargues per l'estirament del coll, amb un perfil en forma de bastó que cau verticalment sobre el ventre de l'àmfora, donant lloc a un espai "interansal" gran, amb una obertura màxima propera als 12 cm. La forma de la vora recorda a una copa, plana a la part alta, amb una lleugera inclinació del llavi cap a endins. En el seu interior es marca una

carena i el perfil exterior es veu aguditzat fins a donar vores de perfil triangular, característica que adquireix preeminència en l'etapa successiva antoniniana.

Etapa antoniniana

Les àmfores Dressel 20 antoninianes mostren un coll més curt i robust. Com a conseqüència de l'escurçament del coll les anses s'encongeixen notablement, la seva secció tendeix a arrodonir-se, dissenyant un espai "interansal" ovoide, amb una reducció propera a 1/3 respecte a l'etapa anterior i amb 9 cm. d'obertura màxima. La vora té un perfil triangular més caigut, amb la carena interior fortament marcada.

Etapa severiana i post-severiana

A la primera meitat del s. III dC. es modifica la forma i qualitat d'execució de la Dr. 20, passant a ser inferior, descurada i d'aspecte més antiestètic. El diàmetre màxim tendeix a situar-se prop de la base, el peu de la qual, "a botó", es redueix a la mínima expressió. El coll ha quedat molt reduït. La vora, marcadament triangular, cau fortament cap a l'exterior. Les nanses són encara més curtes, tosques i pesades i arrenquen directament sota el llavi obligades per l'escurçament del coll. El seu perfil és semicircular, amb un espai "interansal" gairebé circular reduït a 5-6 cm. de diàmetre màxim.

La Dressel 20 es va fabricar també, en menor quantitat, en una grandària més petita anomenada Dressel 20 *parvae* al llarg de tota l'etapa evolutiva de la Dressel 20.

Formes oliaries tardanes: Tejarillo i Dressel 23 (fig. 22 i 26, pàg. 71 i 74)

El procés de transformació en la producció i exportació de l'oli bètic a mitjans s. III dC. donarà lloc a l'aparició d'un nou contenidor d'oli que coexistirà en els primers moments amb la Dr. 20.

Tejarillo

És una àmfora més petita i menys pesada que la Dr. 20, no presentant tants problemes per a emmagatzemar-la com la Dr. 20, més fàcil de manipular per a una persona a l'hora de fer el transvasament de líquid a altre recipient i més barata per contenir menor quantitat d'oli.

És per tant una àmfora petita, piriforme amb el diàmetre màxim del cos situat prop de l'espatlla, per sota de l'arrencada inferior de les nanses. Els perfils de les vores es confonen amb facilitat amb els de la Dr. 20 *parva*. Les anses són de secció circular i arrenquen del llavi amb un perfil semicircular. El peu està acabat en botó, implantat a l'estil de les Dressel 20 i 23.

Dressel 23

La denominació Dr. 23 recull totes les produccions bètiques baix imperials, l'aspecte de les quals recorda al de les últimes Dr.20. La principal característica de les Dr. 23 va ser la pèrdua d'uniformitat tant en grandària com en forma i mòdul.

Conclusió

Les formes oliaries bètiques van subsistir durant tot l'Imperi Romà, des d'abans del canvi d'Era amb els primers prototips ovoides augusteus, durant els segles I, II, III dC. amb la coneguda forma Dressel 20, i des de la segona meitat del s. III, IV i V dC. amb els petits contenidors Tejarillo I i Dressel 23 que van caracteritzar les exportacions d'oli bètic durant el Baix Imperi.

Igual que les formes precursors bètiques de la Dr. 20 eren imitacions d'altres models, en aquell moment d'àmfores oliaries itàlica tardo-republicanes, també van sorgir imitacions de la Dr. 20 de la Bètica, són les anomenades Dressel 20 *similis* que es van estendre al llarg dels segles I al III dC. Es coneixen 4 imitacions a Catalunya per al s. I dC. i sobretot a la zona renana els s. II i III dC. L'aspecte d'aquestes és clarament regional i es van fabricar per a la distribució local i fins i tot per al transport al *limes* germànic.

2.2 La importància epigràfica de la Dr. 20

A diferència de la majoria dels tipus amfòrics, la Dressel 20 és una àmfora que presenta epigrafia. Aquesta característica i la seva gran difusió, li atorgaran una gran importància.

L'epigrafia pot presentar-se en diferents parts del cos de l'àmfora i sota diverses formes com són: els segells, els *tituli picti* i els grafitos.

Els segells

Els segells són marques estampillades abans de la cocció de la ceràmica. Poden aparèixer en relleu, incisos o en una combinació dels dos. Els primers són els més freqüents. Solen presentar-se a les nanses, al ventre i en menor mesura al llavi o al peu de l'àmfora (fig. 27 i 28, pàg. 75).

Els segells que s'han trobat amb més abundància tenen tres lletres que són l'abreviatura del *tria nomina*⁴⁶, altres vegades són fragments d'aquest nom. També pot aparèixer un nom de persona, el nom d'una *figlina*⁴⁷ o d'un *fundus*⁴⁸, el nom del terrissaire⁴⁹, etc.

Hi ha diverses interpretacions d'aquests "*tria nomina*" abreviats representats als segells. Alguns estudiosos pensen que corresponen als propietaris de les *figlinae* i uns altres opinen que pertanyen als propietaris del contingut de l'àmfora en el moment de l'envasat.

Serà a través de l'estudi dels segells impresos en les àmfores Dressel 20 que es podrà anar desxifrant, no només, la informació sobre l'organització de la producció amfòrica, sinó també sobre la propietat de la terra i la seva evolució als segles II i III dC., així com de la possible incidència social de les polítiques imperials.

Els grafitos

Els grafitos sempre són incisos. Si es van fer abans de la cocció de l'àmfora s'anomenen *ante cocturam* i ens informen sobre aspectes de la gestió de les terrisseries a la Bètica. En ells poden aparèixer: nombres, sigles, noms de persona, datacions consulars i de calendari, sigles o lletres aïllades de gran format, numerals i diversos

⁴⁶ El *tria nomina* vindria a ser com les inicials d'una persona i significa que els personatges que estan representats en ells són individus de condició social lliure.

⁴⁷ *Figlina*, seria el lloc de producció de les àmfores. Segons Helen, "*l'extracció de la matèria prima i la manufactura son part integral del procés productiu de les figlinae*" (recollit per Berni en *Epigrafia anfòrica de la Bètica: nuevas perspectivas de análisis*).

⁴⁸ *Fundus*, seria la finca a on es fa l'activitat. A vegades pot donar-se una correspondència entre el nom de la finca i la *figlina*.

⁴⁹ Se sap que és el terrissaire perquè portava la fórmula: (nomem) *f(ecit)*

dissenys i símbols. Aquests grafits tenen a veure amb el món de la producció de les àmfores.

Els grafits *post cocturam*, també abundants, fan referència a l'ús de l'àmfora i el seu contingut en el lloc de recepció, generalment, contenen noms personals i quantitats.

Els tituli picti

Son inscripcions pintades sobre la superfície de la ceràmica (fig. 30, pàg. 76). Les inscripcions més comunes son cinc que apareixen en parts fixes de l'àmfora. Dressel les va anomenar amb lletres greges: **α**, **β**, **γ**, **δ** i **ε** (figura 29, pàg. 76). Aquesta última apareix amb menys freqüència. Més tard Rodríguez Almeida va identificar una sexta categoria, **θ**.

α es va escriure en el coll de la Dr.20; en aquesta inscripció apareix una quantitat, pròxima a 90 lliures (uns 30 quilos) que s'interpreta com la tara de l'àmfora.

β està pintada en la part superior del ventre de l'àmfora. Amb el temps, aquesta inscripció aniria variant des de les inscripcions més antigues que apareixen *tria nomina* o associacions mercantils de dos o més individus fins a inscripcions d'època posterior que apareix el nom de l'emperador i dels seus fills⁵⁰. Els tituli **β** són particularment interessants per a l'estudi dels personatges vinculats al comerç de l'oli⁵¹.

En **γ** apareix pintada altra quantitat, pròxima a 216 lliures romanes (uns 70 quilos), en la part mitja del ventre de l'àmfora. Indica el pes de l'oli contingut en l'àmfora.

δ s'escriu al costat de **β**, al llarg de la direcció de la nansa dreta. Es tractaria d'algun tipus de formulari fiscal que va evolucionar amb el temps⁵². Aquesta inscripció

⁵⁰ Els *tria nomina* o les associacions mercantils representarien als que s'encarregarien del transport de l'oli com intermediaris de la prefectura de l'*annona* imperial (veure capítol 1.4, sobre l'*annona*). En època severiana, es va produir una important transformació a l'organització annonària, substituint l'emperador i els seus fills als transportistes privats i finalitzant poc després de l'any 211 per la fórmula general que indica el canvi a un transport completament estatitzat. A partir del regnat d'Alexandre Sever (iniciat el 222 d.C.), reapareixen els transportistes privats.

⁵¹ Entre altres estudiosos, el professor Remesal indica que: "algunos de los personajes, que aparecen en estos *tituli picti* **β**, son conocidos a través de la epigrafía monumental y definidos como *navicularii*, *mercatores*, *negotiatores* y *diffusores* olearios. Aunque la existencia de estos términos, coetáneamente, demuestra que, en la antigüedad, cada una de estas funciones tenía algo característico, nosotros no estamos en condiciones de definir cuando un individuo de los que aparece en **β** desempeña una u otra función".

⁵² En el moment que dona més informació assenyalaria entre d'altres: la certificació d'un control oficial, el nom de la ciutat de la Bètica en el territori administratiu de la qual s'efectua la funció tutelar de l'envàs i el control, la confirmació del pes net de la inscripció i possiblement el lloc on es va produir l'oli o el lloc on s'efectua el control, un nom de persona lliure que podria ser des del propietari i productor de l'oli o el majorista fins al del públicà encarregat de l'impost, la datació consular, etc.

pintada és de gran importància per a l'arqueologia, ja que, apareix en delta la datació consular, composta pels *cognomina* dels magistrats⁵³.

Entre els noms de ciutats que apareixen en els tituli δ , els més freqüents són els d' *Hispalis*, *Corduba* i *Astigi*⁵⁴.

Aquests llocs havien estat considerats com a “llocs d'embarcament” de les àmfores. Remesal va defensar la teoria que aquestes ciutats eren “*cabezas de tres de los conventus iuridici de la Bética*”, i indicaven el districte fiscal al que pertanyia el producte contingut a l'àmfora⁵⁵.

En ϵ apareix una altra quantitat, que és interpretada com indicacions d'emmagatzematge. Representa, pel que sembla, una xifra amb valors bastant baixos que rares vegades superen els nombres 30 i 50 (encara que en al s. III d.C. els valors estan entre 20 i 70). La presència de ϵ a les àmfores no és sempre constant.

θ assenyalaria indicacions d'extracció de part del contingut de l'àmfora.

2.3 El significat de les xifres hispàniques en posició α i γ de l'àmfora Dr. 20

Al capítol anterior “Epigrafia amfòrica” he esmentat la significació que se'ls ve donant en l'actualitat a les inscripcions pintades *tituli picti* en posició α i en posició γ a les àmfores Dressel 20, però, serà en aquest capítol on tractaré la seva significació numèrica.

En primer lloc, H. Dressel al 1878 va fer proves en 5 àmfores Dr. 20 senceres⁵⁶. Aquestes àmfores s'havien trobat als *Castra Praetoria* i conservaven pintades les xifres α i γ .

⁵³ La datació consular: els fasti consulars eren llistes de fets històrics rellevants, apuntats anualment pels cònsols durant el seu govern. En aquestes llistes s'apuntaven tots els fets considerats importants per a la història de Roma i de l'Imperi durant l'any consular, incloent l'elecció de nous magistrats. Els cònsols estaven obligats a mantenir aquestes escriptures i a presentar-les al senat. Els tituli δ , no només són una font per a la toponímia i antroponímia bètica, són una font per a conèixer l'evolució de l'administració romana. Les seves datacions consulars permeten fixar la cronologia d'aquest procés i, al mateix temps la d'altres materials, com els segells, gràcies als quals pot ajudar a datar els estrats d'altres excavacions.

⁵⁴ Les actuals ciutats de Sevilla, Córdoba y Écija.

⁵⁵ J. Remesal Rodríguez, recensió a *Archaeonautica* 1.

⁵⁶ Les àmfores senceres que va estudiar Dressel són la 99 (CIL XV 3143b, 3637), la 104 (CIL XV 3663, Dressel no va poder amidar exactament el contingut d'aquesta àmfora), la 106 (CIL XV 3647), la 107 (CIL XV 2741 i 3670; només tenia la inscripció α sencera, no la γ) i la 110 (CIL XV 2752b i 3678; no va poder amidar amb exactitud, dona la xifra entre 58,5-59 litres; Aguilera i Berni donen la mitjana aritmètica de les dues xifres donades per Dressel).

Dressel va pesar les àmfors i va observar que la xifra α no corresponia exactament amb la tara de l'àmfora, ja que hi havia un pes de 5 a 10 lliures més que el que apareixia escrit en α . No obstant això, la investigació actual és unànime a l'acceptar que α és la tara de l'àmfora i que la diferència de 5 o 10 lliures es deu probablement a l'absorció d'humitat de l'argila a causa de la seva porositat, per la sequedat ocasionada per la cocció en forns que superaven els 500°C.

Després d'haver pesat les àmfors buides, Dressel va procedir a omplir d'aigua les àmfors i va verificar la seva capacitat en litres. Després va haver d'esbrinar el que transportaven les àmfors⁵⁷, ja que podia tractar-se de vi, d'oli o de mel⁵⁸.

Per a poder comprendre aquest capítol m'he de referir a les mesures de capacitat romanes utilitzades en les àmfors Dressel 20, i de com es calcula la conversió a mesures amb les quals estem familiaritzats com són els litres i els quilograms.

Les xifres que apareixen als *tituli picti* en posició α i en posició γ estan recollides en lliures. La lliura *libra* era una mesura de capacitat que es corresponia amb:

1 lliura romana.....327,45 gr.

Per a fer els càlculs de capacitat partint dels resultats en litres de les seves proves empíriques, Dressel va utilitzar com a mesura de conversió el sextari. El sextari *sextarius* és una mesura de capacitat que es correspondria amb:

1 sextari.....0,547 l.

Aquest investigador va tenir en compte les densitats dels líquids com ho van tenir en compte a l'antiguitat, ja que el que ens interessa són les xifres anotades en les àmfors i aquestes xifres van ser anotades en època romana.

Dressel sabia que, per als antics, el pes específic del vi, de l'oli i de la mel estava fixat, respectivament, per la relació:

1 sextari de vi = 1 2/3 lliures de vi.

1 sextari d'oli = 1 1/2 lliures d'oli.

⁵⁷ A la dècada dels setanta (s. XX), es van fer estudis sobre fragments d'àmfors Dr. 20 amb residus grassos a partir de la cromatografia de gas, confirmant que es tractava d'oli d'oliva (Condamin et alii, 1976).

⁵⁸ En altres tipologies amfòriques es podien transportar altres càrregues, com a salaons, *garum*, dolç de fruites, etc.

1 sextari de mel = 2 1/4 lliures de mel.

Dressel, al mesurar la capacitat en litres de les àmfores, va poder després convertir els litres a sextaris; no va tenir més que seguir la proporció establerta pels antics de 1,5 lliures d'oli per sextari, i va poder comprovar que γ era el pes net.

Evolució dels valors escrits en α i en γ

Les xifres pintades en α i γ van sofrir modificacions al llarg dels segles. Al segle I dC., la tara de les àmfores era d'unes 80 lliures de mitjana per a un pes net de 180 lliures d'oli, en el segle II i III dC. es va arribar a les 90 lliures de tara enfront d'un pes net mitjà de 216 lliures. Es pot apreciar a primera vista un augment de la grandària en general de les àmfores conforme passava el temps i un increment en la relació del pes net/tara. La relació passaria de 2,25 lliures d'oli per cada lliura de fang en el segle I dC. a 2,4 lliures d'oli per cada lliura de fang en els dos segles posteriors, cosa que confirma la tendència a l'optimització de l'envàs⁵⁹.

Veiem, doncs, que amb el temps el rang dels valors de α i γ s'estreny cada vegada més, probablement per la voluntat dels tallers d'estandarditzar la tara i el pes net de les àmfores per a donar amb un patró econòmic i funcional.

Taules de les àmfores Dr. 20 amb els valors escrits α i γ als *Castra Praetoria*, al *derelicta Port-Vendres II*, a les àmfores del *Testaccio* al *CIL XV* i al *derelicta Saint-Gervais 3*.

En aquest apartat repasso les xifres que es van trobar escrites a les diferents àmfores trobades als *Castra Praetoria*, al *Testaccio* i als *derelictes* de *Port-Vendres II* i de *Saint-Gervais 3*, recollides a les taules de l'annex⁶⁰ (fig. 31 a 34, pàg.77 a 79).

⁵⁹ La majoria de les inscripcions α del *Mont Testaccio* es poden datar a partir de mitjans del segle II dC., ofereixen, en moltes ocasions, el valor 216. E. Rodríguez Almeida 1984: 187 i ss. defensa la teoria que la xifra de 216 lliures de la inscripció γ constitueix un estàndard en el pes net de l'àmfora bètica en el moment del seu apogeu, és a dir a partir d'època dels Antonins. Aquest autor defensa que els tallers al fabricar les àmfores aplicarien el sistema sexagesimal emprat a l'antiguitat procurant respectar un patró de capacitat preestablert. Una àmfora normal tendia, doncs, a contenir 12 dotzenes de sextaris d'oli. Així, la tara ideal (α) queda establerta en 92 lliures i el pes net ideal (γ) en 216 lliures, amb el que el pes total ideal de l'àmfora plena d'oli seria de 306 *librae*. 216 lliures romanes equivalen a 144 sextaris: 1 sextari de volum seria igual a 1,5 lliures de pes d'oli; serien així 288 *heminae* igual a 24 *congi* que equivalen a 9 *modii* i a 3 *quadrantalia*.

⁶⁰ No totes les inscripcions α o γ s'han conservat, per tant no es poden fer els càlculs de pes i capacitat.

Aquests dos derelictes són els més significatius per a aquest treball, ja que es van enfonsar amb la càrrega⁶¹ i transportaven àmfores Dressel 20.

Segons es pot apreciar a la taula sobre les àmfores dels *Castra Praetoria*, la mitjana és de 168,5 lliures romanes i 61,440 litres. La capacitat oscil·la entre 121 i 198 lliures. La inscripció núm. 3654 CIL XV ens dóna la major capacitat de les àmfores dels *Castra Praetoria* amb 198 lliures i un volum de 72,204 litres.

Al derelictes de Port-Vendres II⁶² la capacitat oscil·la entre 161 i 208 lliures⁶³. La mitjana de la inscripció γ entre les 20 àmfores és de 184,5 lliures, major que la mitjana calculada en els *Castra Praetoria*. Aquí també es va trobar una àmfora de major capacitat amb 208 lliures, i la núm. 77 d'aquestes àmfores té 198 lliures o 72,204 litres.

A Saint-Gervais 3 la capacitat es troba entre 187 i 216 lliures. La mitjana per a 14 contenidors és de més de 203 lliures. És per tant superior a *Castra Praetoria* i a Port-Vendres II.

Les 32 àmfores del Testaccio amb inscripció γ que apareixen al CIL XV, tenen una mitjana de 210 i una capacitat entre 174 i 216 lliures. La mitjana és major que a Saint-Gervais 3.

Totes aquestes xifres són xifres llegides a l'epigrafia. Són poques les àmfores que es conserven senceres i han pogut ser estudiades i inventariades, però, la majoria de les àmfores que ens han arribat senceres, no conserven els *tituli picti*; amb el temps, la tinta ha desaparegut. Per tant solament ens queda saber els valors α i γ per mètodes empírics, la major part de les vegades inviable o utilitzar mètodes de càlcul matemàtic a partir dels dibuixos publicats pels arqueòlegs.

⁶¹ A l'antiguitat, si s'enfonsava un vaixell a poca profunditat, hi havia un cos de bussejadors, anomenats *urinatores*, que s'encarregaven de recuperar les mercaderies del derelictes que no havien quedat malmeses.

⁶² Una de les més importants troballes arqueològiques per l'oli bètic va ser el descobriment del derelictes anomenat Port-Vendres II. El vaixell enfonsat es troba a Port-Vendres, a l'antic *Portus Veneris*, situat a les costes del Rosselló francès, a prop del Cap de Creus. Es va enfonsar amb la càrrega completa amb quatre tipus d'àmfores bètiques la Haltern 70, la Pompeia VII, la Dressel 28 i la Dressel 20, a mitjans del s. I dC.

⁶³ Les xifres γ de Port-Vendres II, són més baixes i irregulars. La majoria dels casos fiables no sobrepassarien les 200 lliures (Colls et alii 1977: 85). La capacitat de l'àmfora estaria en uns 10 litres per sota de l'estàndard del s. II dC.

Vull contrastar, a la part matemàtica, els resultats dels valors escrits esmentats en el títol d'aquest apartat i amb els calculats per mi⁶⁴, a les àmfores que formen part de l'estudi pràctic d'aquest treball.

⁶⁴ Per a fer els càlculs he partit de la densitat per a l'oli, proposada per les fonts clàssiques de 1,5 lliures romanes/*sextarius* i que un *sextarius* són 0,547 litres: referència de Dressel als *Scriptores Metrologici Graeci*, ed. Hulstch, I: 223, 239 i 247.

3. Inventari amfòric

El present corpus abasta el material estudiat i publicat per diversos arqueòlegs europeus, corresponent a troballes tan terrestres com de diversos derelictes trobats al Mediterrani. El material més antic es correspon amb les àmfores catalogades amb els nombres 1 i 2, de mitjans del segle I dC. i aparegudes a un derelicta pròxim a Port-Vendres (a les costes del Rosselló francès) i conegudes com Port-Vendres II. Els següents materials pertanyen al derelicta conegut com Grand-Ribaud B a prop de Toulon (França), a Augst (l'antiga *Augusta Raurica*), a Suïssa i diversos materials publicats per Rouquette, Marliere, Bertrand i Remesal (trobats a França i a Andalusia, Espanya), la major part del s. II dC. L'inventariï ho formen un total de 14 àmfores amb les quals espero poder aplicar els diversos càlculs matemàtics esmentats en els diversos capítols de la part pràctica.

He utilitzat material de diverses èpoques, però m'he trobat amb el problema que hi ha poques àmfores estudiades i publicades que s'hagin trobat senceres. Totes les que he utilitzat en aquest treball són àmfores senceres o fàcilment restituïbles (N. Cat. 1 a 14, pàg. 80 a 83).

4. Matemàtiques per a arqueòlegs

“Les matemàtiques poden utilitzar-se com una eina per a organitzar els propis pensaments i dades, i en aquest sentit resulten inestimables per a qualsevol arqueòleg, sigui el que sigui la seva concepció de la disciplina, tant si treballa al camp, com al laboratori, l'estudi o a casa seva.”

Clive Orton

Matemàtiques i arqueologia

Com el professor Orton va assenyalar, al seu clàssic *Matemàtiques per a arqueòlegs*, “la idea de connectar les matemàtiques amb l'arqueologia pot resultar sorprenent”. Però, Clive Orton llança la pregunta “De quina manera realitza l'arqueòleg el treball d'interpretació de les seves troballes, sinó buscant els models i les relacions entre aquests?”, pregunta que li serveix per a dur l'arqueologia al terreny de les matemàtiques, a buscar idees matemàtiques subjacents en diverses activitats arqueològiques molt comunes.

Les matemàtiques poden i han d'utilitzar-se com una eina a l'hora d'abordar la resolució de problemes ocasionats per l'estudi dels diferents objectes i situacions que dirigeix la seva atenció l'arqueologia.

Aquest treball està centrat en els contenidors amfòrics d'època romana i més concretament en les àmfores oliaries Dr. 20. Serà sobre aquests cossos de revolució sobre els quals s'intentarà buscar les solucions matemàtiques que poden aportar dades més exactes als estudis dels arqueòlegs relacionats amb aquest camp, sobretot referent als volums com a capacitat.

Matemàtiques descriptives: grandària i forma

Quan un arqueòleg s'enfronta amb un objecte ha de fer en primer lloc un estudi descriptiu d'aquest objecte. Ha d'observar, a més de textura, composició, localització..., la grandària i la forma.

Per a l'estudi de la descripció de la forma d'un objecte, resulta de gran ajuda l'auxili de les matemàtiques, però, si a aquest primer estudi descriptiu se li afegeix que pot ser la forma i la grandària finalitats en si mateixes d'algunes investigacions, el paper de les matemàtiques es torna crucial. Posem per exemple que en el mateix camp de

l'estudi amfòric, pugui interessar saber la capacitat de càrrega, és a dir, de litres d'oli que podia haver transportat algun dels nombrosos derelictes coneguts i estudiats al Mediterrani, amb les restes de les àmfores disperses als fons marins que els envolten.

Descripció d'un objecte en termes matemàtics. El cas de les àmfores

Un mètode molt comú utilitzat en arqueologia consisteix en una sèrie de mesures clau de la tipologia d'objectes a estudiar. En el cas de les àmfores, nombrosos estudis, normalment iniciats per arqueòlegs, han intentat sistematitzar una sèrie de mesures clau representatives d'aquests objectes

Un segon sistema seria la descomposició de formes relativament complicades en un conjunt de formes geomètricament simples. Aquest mètode ja va ser suggerit per Erikson i Stickel (1973), encara que amb anterioritat Shepard (1968) ja havia proposat una classificació ceràmica sobre la base de sòlids geomètrics. La seva utilitat estarà en funció que es pugui fer una interpretació numèrica de les formes, com van fer Shennan i Wilcock de dues maneres diferents: el mètode de “rodanxes” i el “de mosaic”⁶⁵. Ambdós mètodes poden ser utilitzats per a descriure la forma d'un atuell o en el nostre cas d'aquests contenidors amfòrics, de simetria circular amb el grau de precisió que sigui necessari, segons es facin les rodanxes més fines o els quadrats cada vegada més petits.

En el cas de les àmfores, les nanses queden excloses d'aquest estudi, ja que no formen part del cos de rotació, són un afegit funcional posterior i no estan relacionades amb el meu estudi sobre les capacitats de les àmfores. Pel que fa al pivot de les àmfores Dr. 20, a la base, crec que s'ha de menysprear, ja que aquest pivot és una massa compacta afegida també a posteriori sobre la part inferior del cos de rotació de l'àmfora i per no representar cavitat a l'interior de l'àmfora una vegada afegit.

⁶⁵ Les aplicacions d'aquests mètodes es poden consultar als capítols 5.2 i 5.4 de la part matemàtica.

II. PART MATEMÀTICA

5. Aplicacions matemàtiques per al càlcul de volums i capacitats de les àmfores d'oli bètiques: suport científic per a arqueòlegs.

L'objectiu principal del treball pràctic era crear un mètode de suport per als càlculs de volums i capacitats de les àmfores, en particular l'àmfora oliaria Dressel 20 dels s. I i II dC.

En aquesta part del treball em dispo a abordar la part pràctica. La meua intenció és posar de manifest com les matemàtiques són una eina imprescindible d'ajuda a l'hora d'entendre i aportar solucions a diversos interrogants que pot plantejar l'estudi d'aquests contenidors respecte al seu volum, que tinguin referència amb la seva fabricació (relació entre morfologia i capacitat) i transport de contenidors d'oli bètics Dressel 20 i per extensió a qualsevol tipus amfòric.

Per a una senzilla aplicació dels diversos mètodes matemàtics que podem utilitzar en la pràctica d'aquest estudi, he pensat a elaborar una sèrie de calculadores en el programa informàtic de full de càlcul Microsoft Office Excel, perquè puguin ser utilitzades per qualsevol arqueòleg o investigador especialitzat en aquesta matèria.

Els estudis dels diversos mètodes matemàtics que he pogut aplicar en el meu estudi són els següents:

5.1 Descomposició aproximativa en sòlids regulars: Esfera, cilindre i tronc cònic.

A l'abordar les diverses possibilitats de càlcul matemàtic que puc desenvolupar sobre la forma del tipus amfòric al que està dedicat aquest treball, el contenidor Dressel 20, sorgeix com la manera més simple, la descomposició en sòlids regulars⁶⁶.

⁶⁶ M'he referit a l'apartat 4, "*Matemàtiques per a arqueòlegs*", que amb anterioritat Shepard (1968) ja havia proposat una classificació ceràmica sobre la base de sòlids geomètrics.

5.1.1 L'esfera i el cilindre. Calculadora A

Un simple cop d'ull sobre la morfologia de la Dressel 20 suggereix una descomposició en dues formes geomètriques, l'esfera i el cilindre. Es tractaria simplement d'aplicar la fórmula del volum de l'esfera i del cilindre a cadascuna de les mesures que presenten la totalitat de les àmfores presents en el catàleg d'aquest treball. Com vaig exposar en el pròleg del present estudi, el món de les matemàtiques i les seves fórmules, està molt allunyat de la formació que reben els arqueòlegs, per a facilitar aquesta tasca vaig pensar que una forma senzilla d'aplicació seria crear una “calculadora de volums” en Excel. Vaig traslladar les fórmules del volum de l'esfera i del cilindre a una pàgina d'aquest programa, vaig afegir les mesures que he considerat necessàries per a aquest càlcul⁶⁷, per a cadascuna de les àmfores del catàleg d'aquest treball.

Les fórmules emprades han estat:

Volum de l'esfera

$$V (\text{esfera}) = \frac{4}{3} \pi r^3$$

Volum del cilindre

$$V (\text{cilindre}) = \pi r^2 h$$

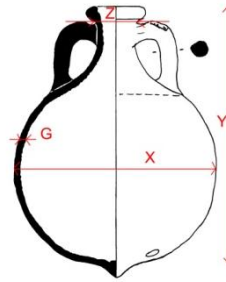
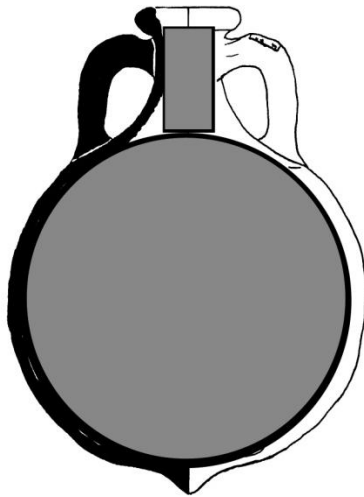
La fórmula aplicada en aquesta primera calculadora queda de la següent manera:

$$\frac{4}{3} \pi r^3 + \pi r^2 h$$

⁶⁷ Com es pot observar en aquesta calculadora, una de les mides que es donen correspon al gruix de les parets de l'àmfora. Aquesta mesura no és uniforme a tota l'àmfora i s'ha indicat una mida mitjana.

Fórmula de la **CALCULADORA A**⁶⁸:

$$\frac{4}{3}\pi\left(\frac{X}{2} - G\right)^3 + \pi\left(\frac{Z}{2}\right)^2((Y - 5) - (X - G))$$



X: diàmetre del ventre
G: gruix de les parets de l'àmfora
Y: altura de l'àmfora sense pivot
Z: diàmetre sota el llavi intern

5.1.2 L'esfera, el tronc cònic i el cilindre. Calculadora B

Un segon pas, dintre d'aquest mateix apartat, seria una descomposició una mica més elaborada; passaria a afegir-ne un tercer sòlid regular el tronc cònic, quedant així, els cossos amfòrics desglossats en: esfera, tronc cònic i cilindre. Per a una major aproximació al volum de l'esfera li he descomptat el volum del casquet esfèric, sobre la porció plana del qual aniria assentada la base del tronc cònic. Es tractaria d'aconseguir una major aproximació, a través d'aquest desglossament de sòlids regulars, al cos real de l'àmfora.

⁶⁸ Es pot observar a l'anterior fórmula que he restat 5 cm. al valor Y, corresponent a l'altura total de l'àmfora sense pivot. He uniformitzat, per tots als càlculs, aquest valor de "a 5 cm. de la vora" com el nivell hipotètic d'ompliment d'oli de l'àmfora. Actualment, que tot està mecanitzat, quan anem a comprar oli al supermercat, podem observar que el nivell d'oli de les ampolles no és exactament el mateix, tot i que l'ampolla de litre o ¾ de litre és un contenidor molt petit en comparació amb una àmfora. Segurament a l'època romana, amb un procés manual d'ompliment de les àmfors, també hi hauria oscil·lacions en aquest nivell. De totes formes, el volum contingut en aquesta part de l'àmfora si s'omplís un centímetre amunt o avall és molt petita en relació al volum total de la mateixa. Efectivament, si observem en les taules del mètode de rodanxes (pàg. 92 a 100), ens trobem amb valors de menys del 0.1% del volum total per cada secció de 1 cm., únicament sobrepasat a l'àmfora 14 (àmfora parva amb un coll amb mides de Dr. 20 normal) i que en el cas de l'àmfora 11 arriba a ser d'únicament un 0.03%.

Aquesta segona calculadora de volums en Excel tindria aplicades les següents fórmules de volum:

Volum de l'esfera:

$$V (\text{esfera}) = \frac{4}{3} \pi r^3$$

Volum del casquet esfèric:

$$V (\text{casquet esfèric}) = \frac{1}{3} \pi h^2 (3R - h)$$

Volum del tronc cònic:

$$V (\text{tronc cònic}) = \frac{1}{3} \pi h (R^2 + r^2 + R \cdot r)$$

Volum del cilindre:

$$V (\text{cilindre}) = \pi r^2 h$$

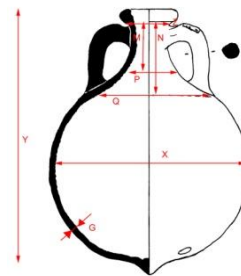
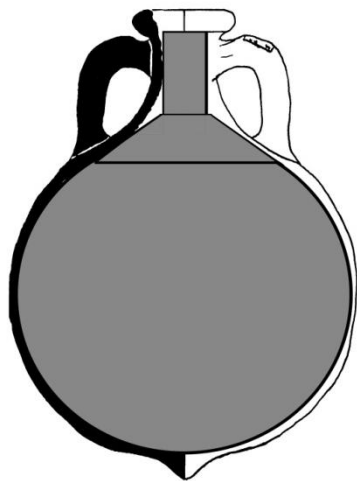
La fórmula aplicada en aquesta segona calculadora serà:

$$\frac{4}{3}\pi r^3 - \frac{1}{3}\pi h^2 (3R - h) + \frac{1}{3}\pi h (R^2 + r^2 + R \cdot r) + \pi r^2 h$$

Fórmula de la **CALCULADORA B**:

$$\frac{4}{3}\pi \left(\frac{X}{2} - G\right)^3 - \frac{1}{3}\pi(N - M)^2(3(Q - G) - (N - M)) +$$

$$\frac{1}{3}\pi(N - M) \left((Q - G)^2 + (P - G)^2 + (Q - G)(P - G)\right) + \pi \frac{Z^2}{2} M$$



X: diàmetre del ventre
G: gruix de les parets de l'àmfora
Y: altura de l'àmfora sense pivot
Z: diàmetre sota el llavi intern
N: altura del coll
M: altura del coll des del diàmetre
P: radi del coll des del diàmetre
Q: radi entre coll i ventre

En el capítol 4 d'aquest treball, *Matemàtiques per a arqueòlegs*, he esmentat que Shennan i Wilcock (1975) havien proposat la descomposició de formes relativament complicades en un conjunt de formes geomètricament simples i proposaven dues maneres diferents: el mètode de “rodanxes” i el “de mosaic”.

5.2 Mètode de mosaic

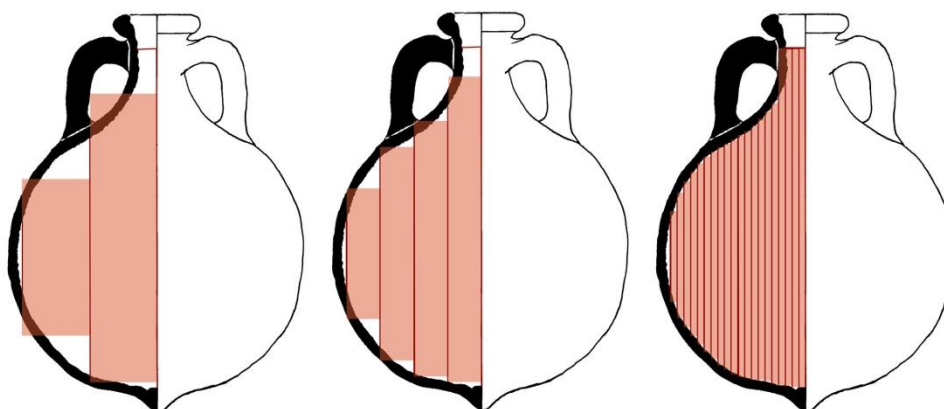
Un dels mètodes apuntats per Shennan i Wilcock és l'anomenat mètode “de mosaic”⁶⁹. En aquest mètode es tractaria de descriure la forma de qualsevol atuell, inclosos els contenidors amfòrics. Aquests autors han dissenyat aquest mètode per aconseguir, amb un codi hexadecimal, una representació gràfica bidimensional d'aquests objectes. Al intentar traslladar aquest mètode al càlcul de volums es complica considerablement.

Estem davant d'un cos de rotació i per tant, la complexitat d'aquests càlculs s'escapa dels límits d'aquest treball, encara que crec que els resultats obtinguts per aquest mètode no podrien arribar a l'exactitud assolida amb el anomenat “Mètode de rodanxes”.

Abans d'abordar el “Mètode de rodanxes”, em semblar convenient aplicar el que he anomenat “Mètode de cilindres concèntrics”.

5.3 Mètode dels cilindres concèntrics. Càlcul interior, exterior i mitjana aritmètica.

En aquest mètode intento arribar a ocupar i per tant calcular el volum de l'àmfora per mitjà de cilindres concèntrics que vagin adaptant-se al cos amfòric, quedant per així dir-lo un perfil de la secció de l'àmfora escalonada, alguna cosa així a com podem veure els píxels molt ampliats de qualsevol dibuix en la pantalla dels nostres ordinadors. El major grau de precisió s'aconseguirà a mesura que és facin els cilindres més fins. Per a no perllongar els càlculs excessivament, s'han pres mides cada 10, 5 i 1 cm.

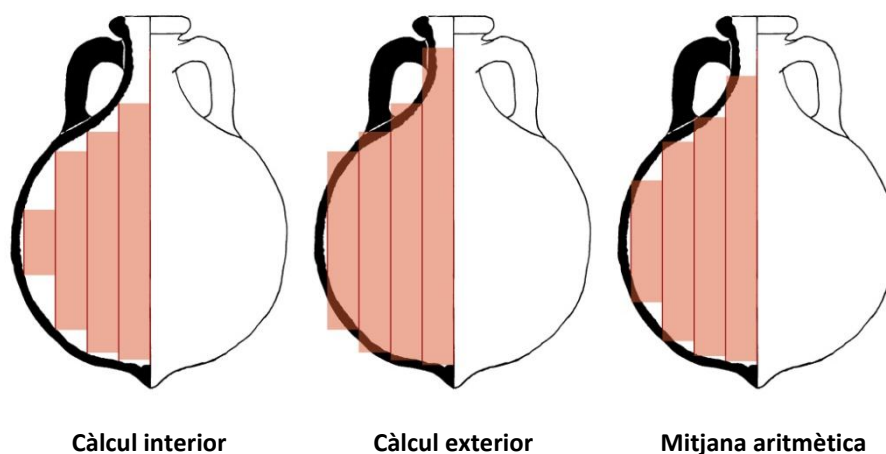


⁶⁹ Recollit igualment al capítol 4 (Matemàtiques per a arqueòlegs).

Per a aconseguir una major fiabilitat dels resultats, les mesures han estat preses de dues maneres diferents:

Càlcul interior: el límit es posa en la part interna de l'àmfora, quedant exclosa d'aquesta manera petits volums que van des de la part del cilindre que no té contacte amb la superfície interior de l'àmfora fins a aquesta paret, en cada secció cilíndrica calculada. D'aquesta manera els càlculs quedaran per sota de la mesura real de capacitat de les àmfors estudiades.

Càlcul exterior: es tracta de prendre la mesura i fer els càlculs sobrepasant la superfície d'aquestes àmfors, per tant, encara que en el costat més intern del cilindre amidat i calculat tinguem el contacte del final d'aquests cilindres amb la superfície interior de l'àmfora, el del costat extern d'aquests cilindres, sobrepassarà el cos de l'àmfora, de manera que sobrepassarà la mesura real de capacitat de l'àmfora.



L'única diferència entre ambdós mètodes (interior i exterior) es basa que en el primer els cilindres han estat calculats fent coincidir el costat extern de la secció del cilindre amb el perfil intern de l'àmfora, contraposant-ho amb el segon en el que es fa coincidir el costat intern de la secció del cilindre amb el perfil intern de l'àmfora.

Mitjana aritmètica: Finalment, per tal d'adaptar els resultats de la millor manera possible als cossos amfòrics no tinc més que fer la mitjana aritmètica de les dades obtingudes per el "Mètode dels cilindres concèntrics en el seu càlcul interior i exterior". Aquest valor mig compensarà la desproporció entre els dos mètodes produïda per excés en un càlcul i per defecte en l'altre. Per tant, dintre del mètode de cilindres concèntrics, la mitjana aritmètica és el càlcul més precís.

Les formules emprades⁷⁰ en aquestes calculadores serà:

$$V_i = \pi r_1^2 h_2 + \pi \sum_{j=2}^{n-1} (r_j^2 h_{j+1} - r_{j-1}^2 h_{j+1})$$

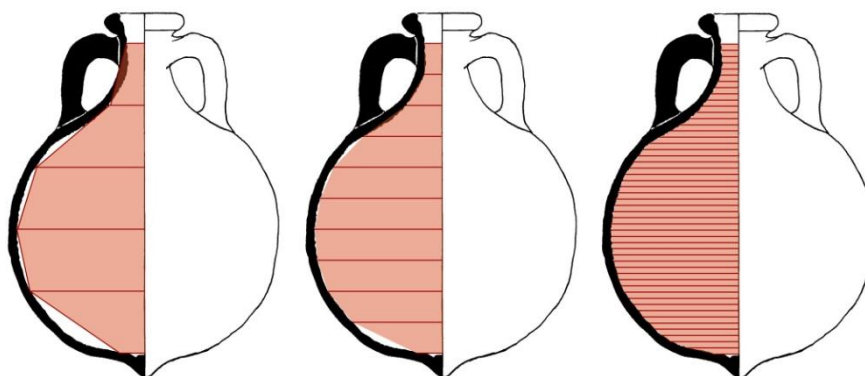
$$V_e = \pi r_1^2 h_1 + \pi \sum_{j=2}^{n-1} (r_j^2 h_j - r_{j-1}^2 h_{j+1})$$

$$V_m = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n (V_{ej} + V_{ij})$$

5.4 Mètode de rodanxes

El quart mètode de càlcul utilitzat és el mètode de “rodanxes”, basat en els estudis de Shennan i Wilcock⁷¹ per descriure la forma del vasos ceràmics. En aquest mètode es tracta de “seccionar” el cos de l'àmfora en diversos “talls”⁷². He aprofitat aquesta idea adaptada al càlcul de volums, aplicant-lo sobre aquestes seccions. Tindrem així el cos amfòric dividit en diversos troncs cònics horitzontals de manera que el càlcul sigui el més aproximat possible a la capacitat real de l'àmfora.

El major grau de precisió s'aconseguirà a mesura que es facin les rodanxes més fines. Per a no perllongar els càlculs excessivament, s'han pres mides cada 10, 5 i 1 cm.



⁷⁰ Al efectuar els càlculs, he descomptat del volum de cada cilindre el volum corresponen al cilindre anterior de la mateixa altura del calculat.

⁷¹ Recollit al capítol 4 (Matemàtiques per a arqueòlegs).

⁷² Kepler (1571-1630) en un tractat sobre la geometria sòlida dels barrils va utilitzar la divisió en discs (cilindres) per al càlcul dels volums. En el meu treball, al haver realitzat els càlculs únicament amb “talls” cada 10, 5 i 1 cm., l'adaptació al perfil de l'àmfora i per tant al seu volum és major utilitzant troncs cònics que discs o cilindres.

La fórmula utilitzada en el mètode de rodanxes és (troncs cònics):

Fórmula

$$V = \frac{\pi}{3} \sum_{i=1}^{n-1} (r_i^2 + r_{i+1}^2 + r_i r_{i+1})$$

6. Anàlisi dels diferents mètodes

Els resultats obtinguts per l'aplicació dels diferents mètodes són:

N. Cat Àmfores	Sòlids Regulars		Rodanxes			Cilindres Concèntrics								
	Calcul. A	Calcul. B	V: 10cm	V: 5cm	V: 1cm	V: 1cm			V: 5cm			V: 10cm		
						Interior	Exterior	Mitjana	Interior	Exterior	Mitjana	Interior	Exterior	Mitjana
1	70,71	68,66	62,88	66,98	68,34	66,45	71,22	68,83	55,46	78,36	66,91	43,63	61,11	52,37
2	61,83	62,14	65,32	67,44	68,65	66,39	72,22	69,31	53,52	81,90	67,71	44,70	64,25	54,48
3	56,09	55,75												
4	52,92	52,90												
5	55,78	55,63												
6	54,36	54,81												
7	73,85	72,01												
8	68,56	67,98	69,42	72,05	73,06	69,59	74,63	72,11	58,68	83,34	71,01	45,39	65,60	55,49
9	35,30	34,72	33,35	35,47	36,51	34,47	37,56	36,02	27,90	42,68	35,29	20,31	48,61	34,46
10	33,86	34,07	34,35	35,57	36,99	34,88	38,57	36,72	26,95	44,61	35,78	18,16	52,21	35,19
11	72,63	73,30	70,27	74,31	75,11	68,37	74,28	71,33	55,00	83,30	69,15	45,40	67,49	56,45
12	78,09	79,07	82,87	85,03	86,22	80,53	86,58	83,56	68,78	93,42	81,10	51,60	73,22	62,41
13	75,39	74,45	68,87	74,36	75,95	72,50	78,37	75,43	59,71	88,04	73,87	47,66	70,37	59,02
14	35,55	34,56	32,97	34,11	35,63	33,60	36,78	35,19	27,26	42,41	34,84	20,01	48,97	34,49

6.1 Calculadora A: cilindre+ esfera.

En aquesta primera calculadora els resultats obtinguts donen valors que es poden aglutinar entorn a dos grups; en un d'ells els càlculs han donat xifres que van de 33 a 35 litres de capacitat aproximadament, i en l'altre entre 53 i 78 litres (taula de càlculs i resultats de la Calculadora A, pàg. 84).

Dintre del primer grup de menor capacitat he comptat amb tres àmfors senceres que apareixen registrades amb els nombres de catàleg i litres de capacitat següents: núm. 9 (35,30 l.), núm. 10 (33,86 l.) i núm. 14 (35,55 l.).

En el segon grup, de major capacitat, he pogut recollir 11 àmfors senceres o de fàcil restitució (en aquest apartat), gràcies a la seva peculiar morfologia esfèrica. Aquestes àmfors apareixen amb els nombres de catàleg i capacitat: núm. 1 (70,71 l.), núm. 2 (61,83 l.), núm. 3 (56,09 l.), núm. 4 (52,92 l.), núm. 5 (55,78 l.), núm. 6 (54,36 l.), núm. 7 (73,85 l.), núm. 8 (68,56 l.), núm. 11 (72,63 l.), núm. 12 (78,09 l.) i núm. 13 (75,39 l.).

Al recollir les dades, havia observat la menor altura i diàmetre del primer grup d'àmfors. Els resultats d'aquest primer grup de tres àmfors es correspon amb les dades esmentades, així com, amb les troballes dels arqueòlegs que denominen a aquest tipus d'àmfors més petites *parvae*⁷³.

Respecte a les restants 11 àmfors podem apreciar la irregularitat dels seus continguts (entre 53 i 78 litres)⁷⁴.

6.2 Calculadora B: cilindre + tronc cònic + esfera.

En aquesta segona calculadora, com en el cas anterior, els resultats obtinguts donen valors que es poden ajuntar entorn a dos grups, amb valors que oscil·len entre els

⁷³ Com a pareix recollit al capítol 2.1: “La Dressel 20 es va fabricar també, en menor quantitat, en una grandària més petita anomenada Dressel 20 *parvae* al llarg de tota l'etapa evolutiva de la Dressel 20.”

⁷⁴ Hem de tenir en compte que només he treballat amb 11 àmfors de diferents períodes (a més de les 3 *parvae*) i que la capacitat de la Dressel 20 va canviar al llarg de tot el seu període evolutiu. El present treball està limitat per la seva pròpia dimensió i per l'escàs nombre d'àmfors senceres publicat, no obstant això la meua intenció no és demostrar l'evolució d'aquestes àmfors a través dels càlculs matemàtics, sinó trobar una eina útil que pugui auxiliar als professionals de l'arqueologia, com ja vaig exposar en el pròleg d'aquest treball.

34 a 35 litres de capacitat, aproximadament, i els que es troben entre 53 i 79 litres (taula de càlculs i resultats de la Calculadora B, pàg. 85).

Dintre del primer grup de menor capacitat els resultats són: núm. 9 (34,72 l.), núm. 10 (34,07 l.) i núm. 14 (34,56 l.).

En el segon grup, de major capacitat, les xifres són: núm. 1 (68,66 l.), núm. 2 (62,14 l.), núm. 3 (55,75 l.), núm. 4 (52,90 l.), núm. 5 (55,63 l.), núm. 6 (54,81 l.), núm. 7 (72,01 l.), núm. 8 (67,98 l.), núm. 11 (73,30 l.), núm. 12 (79,07 l.) i núm. 13 (74,45 l.).

6.3 Diferències de capacitat entre els dos mètodes

La diferència de capacitat en litres entre els dos mètodes emprats, per a les àmfores de major grandària, és de: núm. 1 (2,05 l.), núm. 2 (0,31 l.), núm. 3 (0,34 l.), núm. 4 (0,02 l.), núm. 5 (0,15 l.), núm. 6 (0,45 l.), núm. 7 (1,84 l.), núm. 8 (0,58 l.), núm. 11 (0,67 l.), núm. 12 (0,98 l.) i núm. 13 (0,94 l.) i que representa: núm. 1 (2,94 %), núm. 2 (0,50 %), núm. 3 (0,61 %), núm. 4 (0,04 %), núm. 5 (0,27 %), núm. 6 (0,82 %), núm. 7 (2,52 %), núm. 8 (0,85 %), núm. 11 (0,92 %), núm. 12 (1,25 %) i núm. 13 (1,25 %) respecte del valor més gran de les dues calculadores, donant una mitjana de 1,09 %.

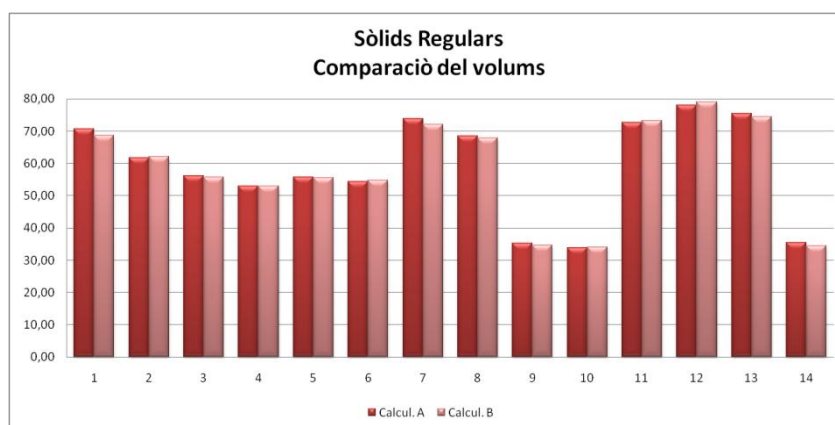
La diferència que apareix entre les àmfores *parvae* aplicant les dues calculadores és: núm. 9 (0,58 l.), núm. 10 (0,21 l.) i núm. 14 (0,99 l.), que es corresponen amb núm. 9 (1,66 %), núm. 10 (0,62%) i núm. 14 (2,82 %) i una mitjana de 1,7 %.

Així, la diferència de capacitat entre les dues calculadores, per al grup d'àmfores de grandària "normal", es trobaria entre els 2,05 l i 0,02 l. Només en dues de les àmfores em trobo amb valors propers o superiors als 2 litres (2,05 l. per a la núm. 1 i 1,84 l. per a la núm. 7). Les altres 9 àmfores es mouen entre 0,99 i 0,02 l., i 5 d'aquestes àmfores donen valors inferiors al mig litre de diferència de capacitat segons es facin els càlculs amb un o altre mètode.

Dintre del grup de les *parvae*, la diferència de capacitat entre les dues calculadores es trobaria entre els 0,99 i els 0,21 l.. Donant uns resultats molt similars a les de major grandària, trobant-se l'àmfora núm. 14 amb valors semblants a les núm. 1 i 7, ja que aquesta àmfora ha donat una diferència de 0,99 l. entre les dues calculadores i la seva capacitat és la meitat de les dues àmfores mencionades.

Podem apreciar les significatives desviacions de la mitjana que apareixen en el gràfic “Desviació dels valors del volum d’ambdues calculadores envers la mitjana” (pàg. 86, a l’annex), on observem clarament la desviació de les àmfores núm. 1, 7 i 14.

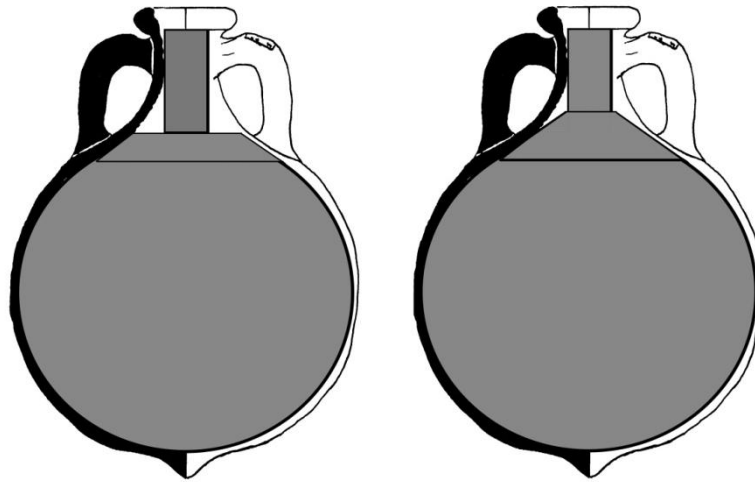
Les calculadores A i B donen resultats similars en la majoria de les àmfores. Els valors obtinguts amb la calculadora A donen una capacitat lleugerament major per a 9 de les 14 àmfores calculades, com es pot apreciar en el següent gràfic⁷⁵.



Si s'analitza el primer desglossament de sòlids regulars, calculadora A (cilindre + esfera), hauria de ser menys precís que el segon desglossament de sòlids regulars, calculadora B (cilindre + tronc cònic + esfera) i com acabem de demostrar en el paràgraf anterior, veiem que en 9 de les 14 àmfores dóna valors més precisos la calculadora A que la calculadora B. La raó d'aquesta paradoxa resideix en la pròpia morfologia amfòrica. Les àmfores s'han elaborat artesanalment i per tant no són iguals. A l'hora de prendre mesures, s'han d'agafar els mateixos paràmetres per a totes, és a dir, uns punts fixos preestablerts. Ja que els seus ventres són esfèrics, podem, sobre el dibuix de l'àmfora, col·locar la circumferència. Una vegada col·locada aquesta, de manera que encaixi en el ventre d'aquest contenidor, ressegurem cap a la part superior el perfil de l'àmfora. Podrem localitzar amb facilitat el punt on s'acaba el ventre i comença l'espatlla de l'àmfora, i serà aquest punt el que servirà de base per a dibuixar la part inferior del tronc cònic. La part superior del tronc cònic quedarà delimitada per la part superior de la circumferència, punt en el qual dibuixarem una línia imaginària perpendicular a l'eix de revolució de l'àmfora. Acabarem de delimitar el tronc cònic amb les línies laterals que uneixin les dos bases.

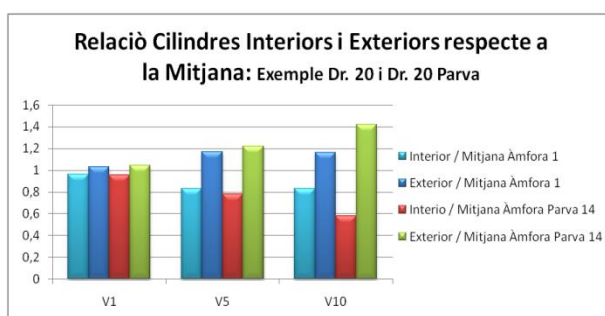
⁷⁵ Al gràfic “Sòlids Regulars. Comparació dels volums” es poden apreciar clarament les àmfores parvae (núm. 9, 10 i 14).

El principal problema que es dóna en aquests càlculs és que el tronc cònic no quedi massa baix respecte al cos total de l'àmfora i en relació a la part superior de la mateixa. He pogut observar que hi ha determinats tipus amfòrics que s'adapten millor a aquests càlculs i altres que no només no aporta una millor exactitud en la informació de les dades, sinó que la redueix.



6.4 Mètode dels cilindres concèntrics

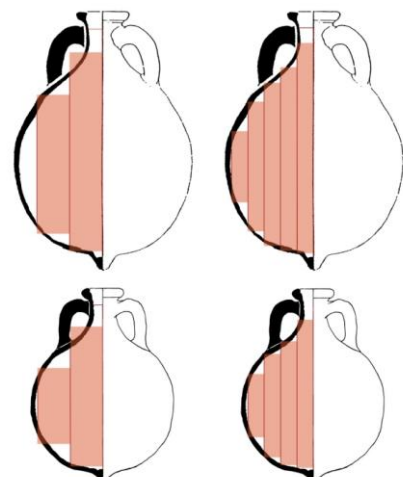
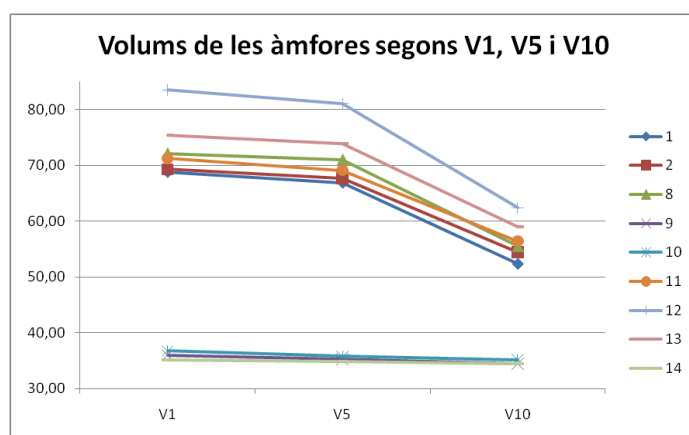
Com he explicat en l'apartat corresponent, a la definició d'aquest mètode, he realitzat tres tipus de càlculs: cilindres interiors, exteriors i mitjana. Si observem el gràfic "Relació dels Cilindres Interiors i Exteriors, respecte a la Mitjana: Exemple d'una àmfora Dressel 20 i una Dressel 20 *Parvae*" podem extreure una sèrie de conclusions que marcaran negativament aquest mètode. He volgut enfrontar les dades entre dues àmfores que he considerat "tipus", ja que en el gràfic "Volums dels cilindres interiors, exteriors i mitjana de les àmfores" (pàg. 91), he observat una diferent resposta en dos grups d'àmfores, no només per la seva grandària.



En aquest gràfic he comparat els resultats obtinguts (cada 10, 5 i 1 cm.: V10, V5 i V1), emprant els càlculs exterior i interior respecte a la mitjana, en dues àmfores amb

característiques diferenciades, ja que en el cas de la primera es tracta d'una àmfora de grandària “normal”, la catalogada com núm. 1 i en el cas de la segona, d'una àmfora *parvae*, la núm. 14 (es poden observar les dades als fulls de càlcul de les pàgines 82 a 86).

En el cas de l'àmfora 14 amb un diàmetre de 43,4 cm, els cilindres concèntrics de 10 en 10 cm. de radi s'adapten millor al volum interior de l'àmfora que en el cas de l'àmfora núm. 1 amb 55 cm. de diàmetre de ventre, i quedant per tant un major volum de l'àmfora fora dels càlculs⁷⁶. Aquesta diferència es pot apreciar amb tota claredat en el gràfic “Volums de les àmfors segons V1, V5 i V10 amb el mètode de cilindres concèntrics”, per a les 9 àmfors estudiades. Podem apreciar en aquesta figura, que les àmfors núm. 1, 2, 8, 11, 12, 13 mantenen un comportament molt similar en les seves corbes tant per a V10, V5, V1, diferenciades solament per la grandària d'aquestes àmfors i per tant de la seva capacitat, sobresortint entre elles la núm. 12. Els resultats d'aquestes àmfors marcats en el gràfic mantenen un lleuger descens al comparar les capacitats amidades segons V1 respecte a V5, per a passar “a desplomar-se” al passar d'aquest últim a V10. Per la seva banda, les àmfors *parvae*, és a dir les núm. 9, 10 i 14 mantenen als resultats de les seves capacitats un comportament molt similar, presentant un lleuger descens en els obtinguts per V1, V5, V10, quedant lògicament els resultats obtinguts amb V10 com lleugerament inferiors als anteriors, igual que V5 respecte a V1.



⁷⁶ Els cilindres concèntrics seran de 20 cm. en les mesures preses en V10; així, per exemple a l'àmfora 14 tindrem dos cilindres concèntrics amb un diàmetre màxim de 40 cm., menyspreant 3,4 cm. del diàmetre total de l'àmfora, mentre que a l'àmfora 1, la part que es menysprea és de 15 cm. Tant en el mètode de cilindres com en el de rodanxes he analitzat, únicament les 9 àmfors senceres.

La conclusió a la qual he arribat amb la utilització d'aquest mètode és que els cilindres concèntrics a mesura que es van fent més petits donen millors resultats respecte al volum de les àmfores, però que mentre que els resultats de les àmfores més petites (*parvae*) responen bé al volum real de l'àmfora, a les altres àmfores només es podria aplicar V1, és a dir el càlcul amb cilindres concèntrics cada 1 cm., ja que la capacitat que es perd en V5 és significativa, per a passar a desplomar-se les dades trobades amb V10, quedant molt allunyats del volum real d'aquestes àmfores. Per tant crec que únicament puc mantenir el càlcul de cilindres concèntrics cada cm. (1 cm.).

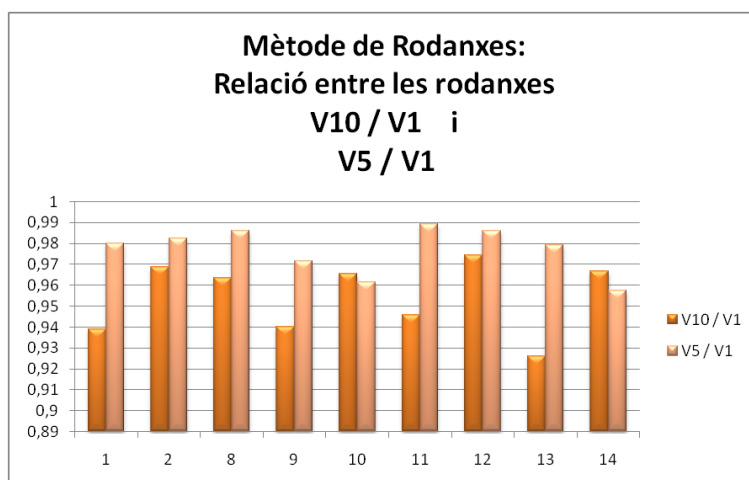
6.5 Mètode de rodanxes.

Per a aplicar aquest mètode he dividit la figura de l'àmfora en porcions horitzontals de la mateixa altura.

Porcions horitzontals cada 10 cm: els càlculs s'han realitzat primer en fraccions de 10 cm d'altura. A l'unir els punts secants amb el perfil interior de l'àmfora, podem apreciar que apareixen espais importants menyspreats amb aquest primer càlcul.

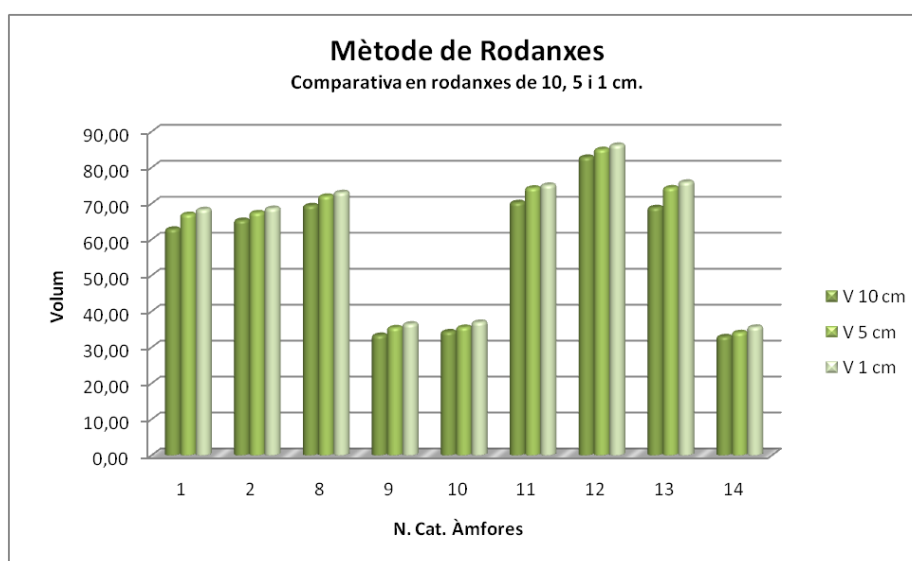
Porcions horitzontals cada 5 cm: en aquest cas tenim un major nombre de fraccions i els espais menyspreats han quedat molt minvats respecte a les porcions majors.

Porcions horitzontals cada 1 cm: les fraccions han augmentat i els espais són molt petits si es comparen amb els dos casos anteriors (veure imatges pàg. 42).



Si examinem aquest gràfic podem apreciar que en 7 de les 9 àmfors, la relació del volum calculat amb les rodanxes cada 10 cm. respecte a les de cada 1 cm. són menors o sensiblement menors com és el cas de les àmfors núm. 1, 9 i 13. Per als valors de dos de les àmfors, les núm. 10 i 14 són majors.

Per contra, la relació entre V5 i V1 els valors són majors o molt més grans en 7 de les 9 àmfors, destacant els quocients d'aquesta relació superiors a 0,97 en aquestes 7 contenidors, les àmfors núm. 1, 2, 8, 9, 11, 12 i 13. En dues de les tres àmfors *parvae* el quocient V5/V1 és menor (es poden observar les dades als fulls de càlcul de les pàgines 87 a 95).



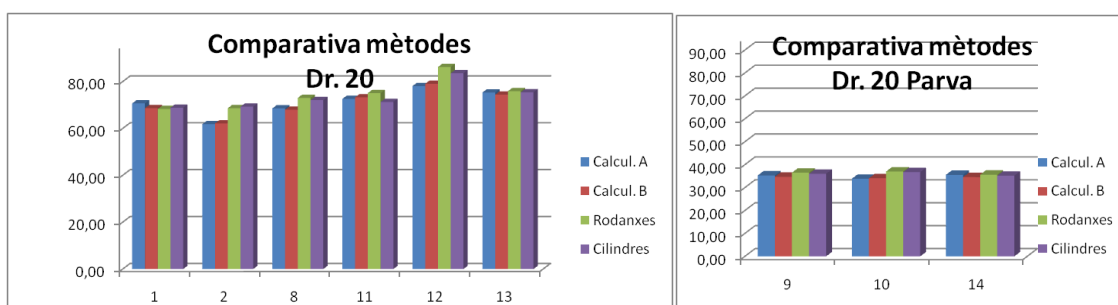
He realitzat aquest altre gràfic que recull els volums calculats pels tres càlculs (10, 5 i 1 cm) per a cadascuna de les àmfors. Es pot apreciar com els valors de les rodanxes de 10 cm, en color verd fosc, són menors, i com van augmentant els volums a mesura que la rodanxa és menor (V1 en color verd clar).

A mesura que fem més petites les porcions, aconseguim més exactitud, ja que en cada porció, si la paret interna de l'àmfora és recta, tindrem un acoblament perfecte amb els laterals del tronc cònic i si és corbada, les porcions formaran arcs, els quals tenen els extrems delimitats per una corda (el costat del tronc cònic), i si la corda tendeix a 0, l'arc i la corda tendiran a ser el mateix. Per tant, quan més porcions tinguem més semblants seran l'arc i la corda i el mètode serà més exacte. Si seguíssim fins a l'infinit fent cada vegada més petites les rodanxes, aconseguiríem cobrir la totalitat del volum de l'àmfora (lo que s'aconsegueix amb el càlcul integral).

7. Conclusió

Analitzats separatament els diferents mètodes de càlcul geomètric i restitució per al volum intern de les àmfores, passo a fer una anàlisi comparativa dels mateixos.

Prèviament havia descartat el mètode de mosaic per la seva enorme complexitat a l'hora de la seva aplicació. El mètode de la segona calculadora, la B, ha contat amb un gran inconvenient, no poder fixar un punt de referència fix per a delimitar el tronc cònic per la seva banda superior que ens permetés col·locar-lo en un lloc adequat per a totes les àmfores i no només per a les àmfores *parvae* com ha acabat ocorrent, cosa que acabava donant resultats més òptims per a la calculadora A (esfera + cilindre) que amb la B (esfera + tronc cònic + cilindre), ja que al haver de col·locar tan per sota d'una posició correcta per al càlcul matemàtic el tronc cònic, respecte al cos total de l'àmfora, perdem més en el casquet de l'esfera que hem de descomptar en el càlcul del volum que el que ens aporta el tronc cònic.



No obstant això, en aquests gràfics he col·locat els resultats trobats en primer lloc amb la Calculadora A (esfera + cilindre), passant després a la calculadora B (esfera + tronc cònic + cilindre), com tercer mètode el de rodanxes cada cm. (1 cm.) ja que és el més perfecte i finalment el de cilindres concèntrics mesurats cada cm. (1 cm.). En 4 de les 6 àmfores de grandària “normal”, el mètode de rodanxes presenta valors superiors als altres mètodes, solament en cas de les àmfores núm.1 amb valors superiors amb la Calculadora A, clarament majors (2,05 l.) i la núm. 2 amb el de Cilindre concèntrics lleument superiors (0,66 l.).

Com he demostrat en l'apartat del càlcul amb els cilindres concèntrics, tant les mesures del càlcul interior com de l'exterior no s'adaptaven bé a la superfície interior de

les parets de l'àmfora amb les mesures agafades cada 10 o cada 5 cm, mentre que per a fer els càlculs cada cm. (1 cm.) he hagut d'agafar 21 mesures, realitzar 42 càlculs (21 interns i 21 externs) i realitzar la mitjana d'aquests càlculs per a les àmfores *parvae*. En el cas de les restants àmfores, encara comporta més treball, ja que he hagut de fer 26 mesures i 52 càlculs (26 interns i 26 externs), arribant per a la núm. 12 a superar aquests, i a més calcular la mitjana aritmètica. Crec que aquest mètode presenta l'inconvenient d'haver de prendre moltes mesures i fer molts càlculs, és massa laboriós per als resultats obtinguts. A més a més, com podem apreciar en el gràfic “Comparativa de mètodes Dr. 20”, en dos de les àmfores, la núm. 1 i la núm. 2, els valors són majors amb aquest mètode que en el mètode de rodanxes; això no vol dir que en el cas d'aquestes dues àmfores sigui el mètode més exacte, sinó que si s'estudia gràficament es pot apreciar que les majors dades són degudes a una deficient adaptació al perfil de l'àmfora, cosa que provoca un lleuger augment en les dades respecte al volum més exacte.

El mètode de rodanxes pres cada cm. dóna millors resultats en les àmfores estudiades ja que és el mètode que millor s'adapta a les parets de les diferents àmfores. El present estudi s'ha referit exclusivament als contenidors amfòrics d'oli bètics Dressel 20 dels segles I i II dC., de cos amfòric més esfèric, eixamplant-se el ventre i perdent aquesta silueta esfèrica en els seus últims temps, per a passar després a generar-ne altres tipus amfòrics totalment diferents com hem pogut veure en el capítol sobre les àmfores d'oli Bètiques, per als quals no serien aptes cap de les dues calculadores.

Els resultats obtinguts en aquest estudi, amb els diferents mètodes aplicats, són compatibles amb les xifres de les inscripcions γ que apareixen pintades en les àmfores o fragments d'àmfores de *Castra Praetoria*, Port-Vendres II, Testaccio i Saint-Gervais 3 recollides en les Taules afegides a l'annex (figures 31 a 34 de les pàg. 77 a 79).

✦ ✦ ✦

Com a conclusió final, per al cas concret de les Dressel 20 dels segles I i II dC., penso que cada arqueòleg ha de valorar l'aplicació del mètode de rodanxes o el de la calculadora A en el treball de camp, ja que els resultats obtinguts pel mètode de

rodanxes impliquen un nombre molt més gran de mesures respecte al de la calculadora A, en el qual amb només 4 mesures podem aconseguir resultats entre 0,2 i 9,9 % del resultat obtingut en el mètode de rodanxes. Naturalment, per obtenir dades precises haurien d'aplicar el "Mètode de rodanxes" cada cm.

✦ ✦ ✦

En la primera part del treball he procedit a fer una aproximació històrica i econòmica a la producció, comercialització i distribució de l'oli bètic i els seus contenidors per a poder entendre la morfologia d'aquest tipus amfòric, les seves variacions de forma, de grandària i la seva posterior evolució. Com assenyalen Aguilera i Berni: *"No hem d'oblidar que eren envasos comercials i la seva exacta comprensió pot ser de cabdal importància per al coneixement de les activitats econòmiques en època romana"*. La pròpia dimensió del treball i el temps que he disposat per a la seva elaboració han posat límits a allò que intueixo com una apassionant matèria d'investigació on les matemàtiques passarien a ser una eina indispensable al servei d'aquesta estimulant empresa.

8. Documentació

Abreviacions utilitzades a la bibliografia d'aquest treball:

AEA: Archivo español de Arqueología

(BAR): British Archaeological Reports

Bibliografia

Aguilera Martín, A. i P. Berni Millet (1998): *Las cifras hispánicas*, en: Calligraphia et Tipographia. Arithmetica et Numerica. Chronologia (Ruvrica; VII). Universitat de Barcelona, 257-282.

Aguilera Martin, A. (2002): *El Monte Testaccio y la llanura subaventina. Topografía extra portam Trigeminam. Consejo Superior de Investigaciones Científicas, Roma.*

Berni Millet, P. (1998): *Las ánforas de aceite de la Bética y su presencia en la Cataluña romana*. Col·lecció Instrumenta 4. Barcelona.

Berni Millet, P. (2008): *Epigrafía anfórica de la Bética: nuevas perspectivas de análisis*. Barcelona.

Bertran, M. (1990). *Guia de la Cerámica Romana*. Zaragoza.

Blázquez Martínez, J.M. (ed) (1980): *La exportación del aceite hispano en el Imperio romano. Estado de la cuestión*. Producción y comercio del aceite en la antigüedad. I Congreso Internacional, Madrid.

Blázquez Martínez, J.M. (1994): *El Monte Testaccio en el Imperio Romano. Excavaciones arqueológicas en el Monte Testaccio (Roma). Memoria campaña 1989*, Madrid.

Blázquez Martínez, J.M. i Remesal Rodríguez, J. (1999): *Estudios sobre el Monte Testaccio (Roma) I. Col·lecció Instrumenta, 6*. Barcelona.

Bost, J.P. i M. Campo et alii (1992): *L'epave Cabrera III (Majorque)*. Publications du Centre Pierre. Paris.

Carreras Monfort, C., Funari, P.P.A. (1998): *Britannia y el Mediterráneo. Estudios sobre el comercio de aceite bético y africano en Britannia*. Col·lecció Instrumenta vol. 5. Barcelona.

Coarelli, F. (1997): *Roma. Guide archeologique Mondadori*, Roma.

Chateaubriand, Menerbes y Lamartin (1840): *Italia pintoresca: Roma pintoresca, antigua y moderna: historia, descripción, costumbres actuales, vol. I*, Barcelona.

Chic García, G. (1984): *El tráfico en el Guadalquivir y el transporte de las ánforas*. Anales de la Universidad de Cádiz, Cádiz.

- Chic García, G. (1995): Un factor importante en la economía de la bética: el aceite. Hispania Antiqua, XIX. Valladolid.
- Chic García, G. (2001): *Datos para un estudio socioeconómico de la Bética: marcas de alfar sobre ánforas olearias*. Écija.
- Darembert Ch. I E. Saglio (1877-1918): *Dictionnaire des Antiquités Grecques et Romaines*, Paris. <http://dagr.univ-tlse2.fr/sdx/dagr/index.xsp>
- Erikson, J.E. i E. G. Stickel (1973): *A proposed classification system for ceramics*, World Archaeol. 4, n.3, New York, 357-67.
- Garrote Sayó E., Berni Millet P. (1998): *L'Eix Empúries-Narbona en els circuits comercials de l'oli bètic durant l'Imperi Romà*. Comerç i vies de comunicació (1000 aC - 700 dC). XI Col·loqui Internacional d'Arqueologia de Puigcerdà; Puigcerdà 243-254.
- Izquierdo i Tugas, P. (1992). *Una aproximació a la història de la investigació sobre les àmfores oleàries bètiques Dressel 20 i Dressel 23*. Gavà.
- Liou B. I J. M. Gassend (1990): *L'épave Saint-Gervais 3 à Fos-Sur-Mer (Milieu du Ier siècle apr. J.C.)*. *Inscriptions peintes sur amphores de Bétique. Vestiges de la coque*. Archaeonautica 10: 157-259.
- Liou, B. (2001) : “*Las ánforas béticas en el mar*”. Congreso Internacional Ex Baetica amphorae (Écija-Sevilla, 17-20 de diciembre de 1998). Écija, 1061-1110. vol. III.
- Nieto, X. (1996): “El transport, entre la producció i el consum”. COTA ZERO n. 12, 1996. Vic, 105-111.
- Orton, C. (1988): *Matemáticas para arqueólogos* , Madrid.
- Parker, A.J. (1992): *Ancient Shipwrecks of the Mediterranean and the Roman Provinces*, (BAR) International, Series, 580, Oxford.
- Pons Pujol, Ll. (2004): *La annona militaris en la Tingitana: observaciones sobre la organización y el abastecimiento del dispositivo militar romano*. L’Africa Romana XV, Tozeur 2002, Roma 2004, 1663-1688.
- Pons Pujol, Ll., E. Garrote Sayó i X. Soria Rincón (2008) : *La captación del aceite annonario en Bética y África, un análisis comparativo*. L’Africa romana XVII, Sevilla 2006, Roma 2008, 1221-1246.
- Remesal Rodríguez, J. (1977-78): *Economía oleícola bética: nuevas formas de análisis*, AEA, 50-51: 135-138 , 87-142.
- Remesal Rodríguez, J. (1980): *Reflejos económicos y sociales en la producción de ánforas olearias béticas*, en: Producción y comercio del aceite en la antigüedad. Primer Congreso Internacional. Madrid, 131-153.
- Remesal Rodríguez, J. (1986): *La annona militaris y la exportación de aceite bético a Germania*. Madrid.

Remesal Rodríguez J. (1995) : *El sistema annonario como base de la evolución económica del Imperio romano*. Le commerce maritime romain en Méditerranée occidentale. PACT 27 (1990). Ed. T. Hackens & M. Miró; 355-367.

Remesal Rodríguez, J (1999): Conferència inaugural de l'Exposició *El Mont de les àmphores. El Mont Testaccio a Roma*. Vol. 6 (també a http://ceipac.gh.ub.es/MOSTRA/c_expo.htm)

Remesal Rodríguez, J. (2004): *Las ánforas Dressel 20 y su sistema epigráfico*. Col·lecció Instrumenta 17. Barcelona.

Rodriguez Almeida, E. (1984): *Il Monte Testaccio, ambiente, storia, materiale*. Roma.

Seignovert, F. (1979): *La vallee du Rhone et la diffusion de l'huile de Betique a l'epoque romaine*.

Seseña, N. (1976): *Barros y lozas de España*. Edit. Prensa española, Colección Biblioteca Cultural, 75. Madrid.

Seseña, N. (1997): *Cacharrería popular. La alfarería de basto en España*. Madrid

Fonts literàries

Columella (COLUM.):

Res Rust.

5.8.5: 6.

Mart.: Martial.

12.98.1: 6.

Plin.: G. Plinius Secundus.

NH: Naturalis Historia

14.150: 6.

6.26.10: 14.

Strabo (STR.):

3.2.6: 6.

3.2.3: 12.

Suet.: Suetonius.

Tib.: Tiberius.

34: 16 n. 28.

Claud.: Claudius.

18.2: 16 n. 28.

Varro (VARRO):

RR: De Re Rustica.

2.6.5: 11.

Veg.: Vegetius:

Mil: Epitoma rei militaris

3,3: 14.

Fonts epigràfiques

CIL IV

4428:2.

CIL XV

2741: 28 n. 53.

2752b : 28 n. 53.

3143b: 28 n. 53.

3637: 28 n. 53.

3647: 28 n. 53.

3654: 30.

3663: 28 n. 53.

3670: 28 n. 53.

Pàgines web:

http://ceipac.gh.ub.es/MOSTRA/c_expo.htm *Exposició: El Mont de les àmfores. El Mont Testaccio a Roma, Roma, 1997.* Consultada entre abril i novembre de 2010.

<http://www.unesco.org/es/underwater-cultural-heritage/the-heritage/wrecks/> Fotografia d'un derelict. Consultada al novembre de 2010.

<http://www.culture.gouv.fr/culture/archeosm/fr/index.html> Fotografia d'un derelict consulta sobre alguns vaixells enfonsat a les costes franceses. Consultada al novembre de 2010.

<http://maps.google.es/maps/>

[http://www.google.es/imgres?imgurl=http://www.loc.gov/exhibits/vatican/images/vlib03a.jpg&imgrefurl=http://www.loc.gov/exhibits/vatican/vatican.html&usq=kjAPzq-dm3l2lP7z13Br1FdOiO8=&h=647&w=500&sz=58&hl=ca&start=5&um=1&itbs=1&tbid=KgJQ25R1KYBGJM:&tbnh=137&tbnw=106&prev=/images%3Fq%3Dmap%2Bof%2BRome%2Bof%2BA.%2BTempesta%2B\(1593\).%26um%3D1%26hl%3Dca%26sa%3DN%26tbs%3Disch:1](http://www.google.es/imgres?imgurl=http://www.loc.gov/exhibits/vatican/images/vlib03a.jpg&imgrefurl=http://www.loc.gov/exhibits/vatican/vatican.html&usq=kjAPzq-dm3l2lP7z13Br1FdOiO8=&h=647&w=500&sz=58&hl=ca&start=5&um=1&itbs=1&tbid=KgJQ25R1KYBGJM:&tbnh=137&tbnw=106&prev=/images%3Fq%3Dmap%2Bof%2BRome%2Bof%2BA.%2BTempesta%2B(1593).%26um%3D1%26hl%3Dca%26sa%3DN%26tbs%3Disch:1) *Exposició: Rome Reborn. The Vatican Library & Renaissance Culture.* A Library of Congress Exhibition, January 8 - April 30, 1993. Consultada diversos dies dels mesos d'abril i maig de 2010.

http://library.uncg.edu/depts/ref/bibs/lannee_abbrev.asp#top abreviatures segons l'Année Philologique. Consultada al novembre de 2010.

<http://clasicas.usal.es/> Consulta de fonts clàssiques, a la pàgina del Departament de Filologia Clàssica e Indoeuropeu de la Universitat de Salamanca. Consultada diversos dies dels mesos de febrer i desembre de 2010.

<http://ceipac.gh.ub.es/> Consulta de diversos articles de la biblioteca virtual de l'equip i col·laboradors del grup CEIPAC de la UB. Consultada diversos dies dels mesos d'agost de 2009 a desembre de 2010.

Annexes

Índex annexes

Figures	62
Fig. 1: Mapa dels centres productors d'àmfores Dr. 20 a la Vall del Guadalquivir...	62
Fig. 2: Fases de muntatge d'una àmfora Dressel 20	63
Fig. 3: Reconstrucció d'un forn per a la cocció d'àmfores Dressel 20	63
Fig. 4: Derelict romà amb àmfores a prop de l'illa de Pag, Croàcia.....	64
Fig. 5: Derelict Arles IV amb àmfores d'oli.	64
Fig. 6: Àmfores Dressel 20 del derelict Cabrera III.....	64
Fig. 7: Equip d'homes <i>helciarii</i> tirant penosament d'una embarcació de càrrega.....	65
Fig. 8: Diversos personatges vigilen l'operació de desembarcament de la càrrega..	65
Fig. 9: Operació de descàrrega d'àmfores entre dos embarcacions	65
Fig. 10: Reconstrucció gràfica de la distribució de la carga de la nau Culip IV. Disposició del carregament amfòric de la nau de Cabrera III.	66
Fig. 11: Limes germànic.	67
Fig. 12: Els "circuitos annonaris" de l'oli bètic	67
Fig. 13: Ubicació del Testaccio a Roma	68
Fig. 14: Zona Testaccio, comparació de la mida del turó artificial amb les illes de cases	68
Fig. 15: Aproximació al Testaccio, base de planta més o menys triangular.....	68
Fig. 16: Representació del Testaccio a Plano de Roma d'Antonio Tempesta, 1593...69	
Fig. 17: Repres. del Testaccio a <i>Antequae urbis imago</i> de Pirro Ligorio, 1773 (Vaticà)	69
Fig. 18: Dipòsits de fragments d'àmfores al Testaccio	70
Fig. 19: Camí al Testaccio amb vegetació i fragments amfòrics	71
Fig. 20: Àmfora Dr. 20 al "Cimitero degli Inglesi", («Cementeri dels anglesos») a Roma.....	71
Fig. 21: Mur d'àmfores Dr. 20 aparegut a l'excavació del Testaccio.....	71
Fig. 22: Àmfora Tejarillo a l'Hotel Santa Prisca a Roma, proper al Testaccio.	71

Fig. 23: Cala en una campanya d'excavació al Mont Testaccio.....	71
Fig. 24: Planimetria general de l'Aventino, de Filippo Coarelli.	72
Fig. 25: Taula tipològica de Dressel.	73
Fig. 26: Quadre evolutiu de les àmfores oliaries bètiques.	74
Fig. 27: Dibuix de Dr. 20 amb epigrafia; nanses de Dr. 20 amb segells.	75
Fig. 28: Segell bètic: II CAMILI / MELISSI en una nansa d'àmfora Dr. 20	75
Fig. 29: Àmfora Dressel 20 amb conjunt epigràfic.	76
Fig. 30: Fragment d'àmfora Dressel 20 amb conjunt epigràfic.	76
Fig. 31: Taula I. Àmfores Dressel 20 de <i>Castra Praetoria</i> : Inscripcions en α i la seva correspondència en kilograms, inscripcions en γ i la seva correspondència en kilograms, volum en litres i pes de les àmfores plenes.....	77
Fig. 32: Taula II. Àmfores Dressel 20 del derelict Port-Vendres II: Inscripcions en α i la seva correspondència en kilograms, inscripcions en γ i la seva correspondència en kilograms, volum en litres i pes de les àmfores plenes.....	78
Fig. 33: Taula III. Àmfores Dressel 20 del Testaccio: Inscripcions en α i la seva correspondència en kilograms, inscripcions en γ i la seva correspondència en kilograms, volum en litres i pes de les àmfores plenes.....	79
Fig. 34: Taula IV. Àmfores Dressel 20 del derelict Saint-Gervais 3: Inscripcions en α i la seva correspondència en kilograms, inscripcions en γ i la seva correspondència en kilograms, volum en litres i pes de les àmfores plenes.....	79
Inventari amfòric	80
Àmfora N. Cat. 1- Port-Vendres (5.3 Remesal, 1986).....	80
Àmfora N. Cat. 2- Port-Vendres (5.4 Remesal, 1986).....	80
Àmfora N. Cat. 3- 72-114-15 Grand Ribaud B	81
Àmfora N. Cat. 4- 73-X-118 (114) Grand Ribaud B.....	81
Àmfora N. Cat. 5- 71-114-02 Grand Ribaud B	81
Àmfora N. Cat. 6- 71-114-01 Grand Ribaud B	81
Àmfora N. Cat. 7- 36 Marliere (2000).....	82
Àmfora N. Cat. 8- 795/ST 65a Martin-Kilcher, Augst.....	82
Àmfora N. Cat. 9- 4.2 Rouquette (1992)	82
Àmfora N. Cat. 10- 3.2 Rouquette (1992)	82
Àmfora N. Cat. 11- 5.4 Bertrand 1992	83
Àmfora N. Cat. 12- 5.5 Bertrand 1992	83
Àmfora N. Cat. 13- 5.6 Bertrand 1992	83

Àmfora N. Cat. 14- 7 Remesal 77-78	83
Calculadora A: L'esfera i el cilindre	84
Calculadora B: L'esfera, el tronc cònic i el cilindre.....	85
Gràfic amb Desviació dels valors del volum d'ambdues calculadores envers la mitjana	86
Mètode dels cilindres concèntrics. Càlcul interior, exterior i mitjana aritmètica.....	87
Mètode de rodanxes.....	92

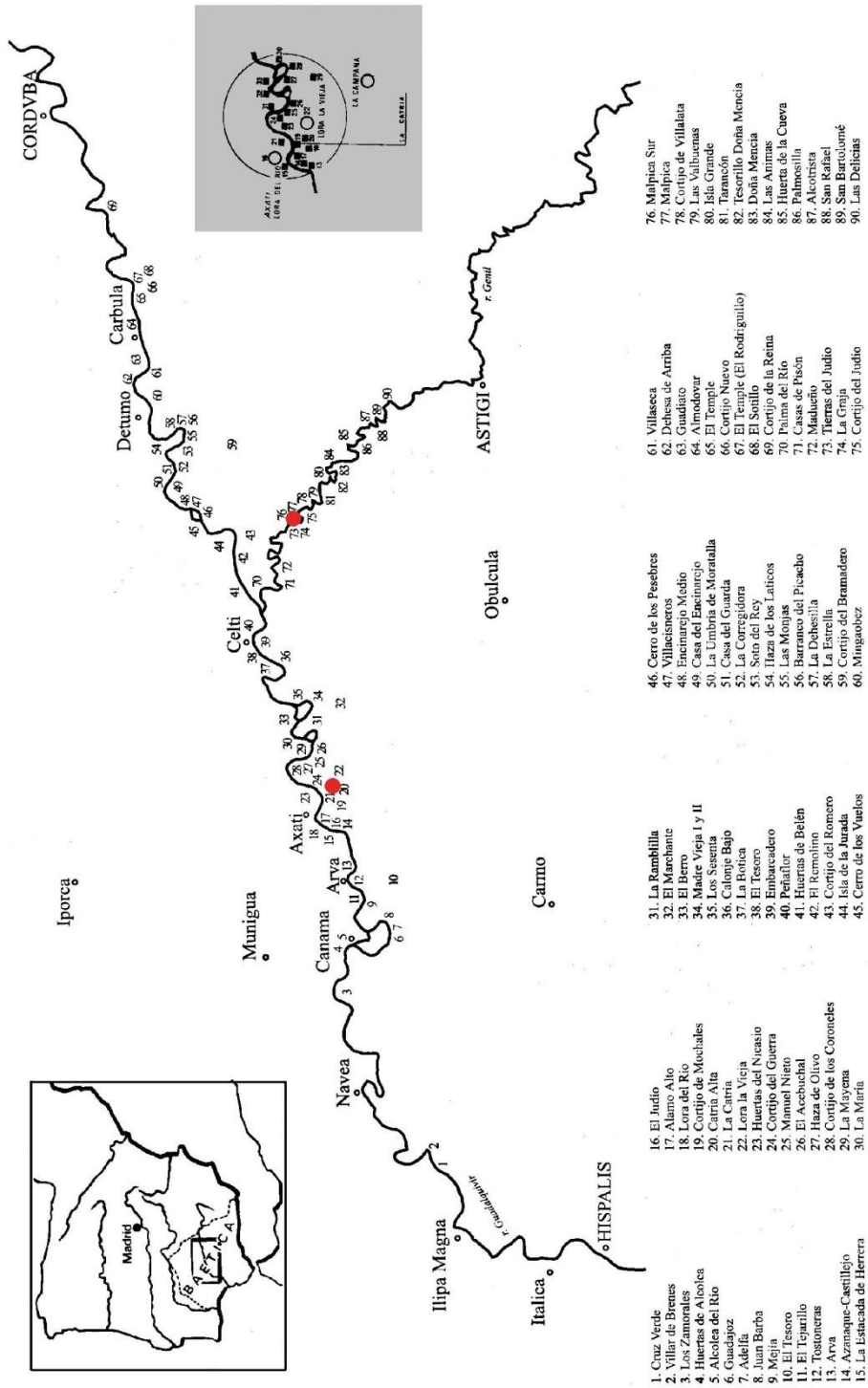


Figura 1.- Centres productors d'àmfores Dressel 20 a la Vall del Guadalquivir (Carreras i Funari, 1998); al requadre: àrea de La Cañria (Remesal, 1986).

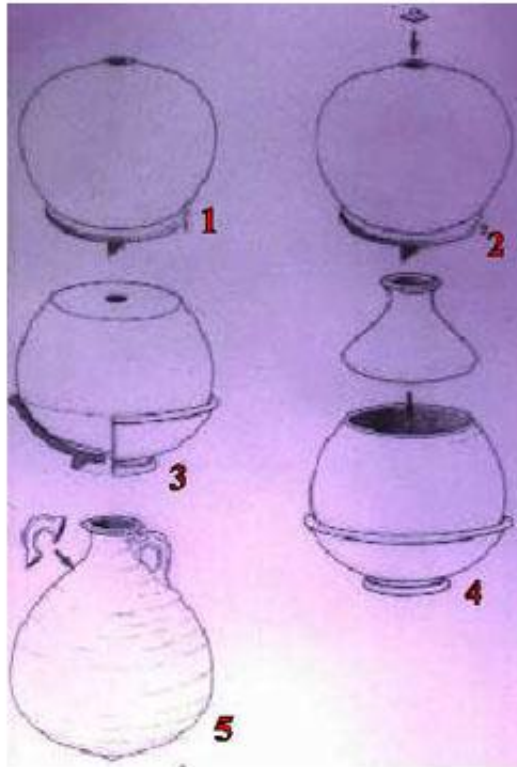


Figura 2.- Fases de muntatge d'una àmfora Dressel 20 (imatge de la exposició "El Monte de les àmfores").

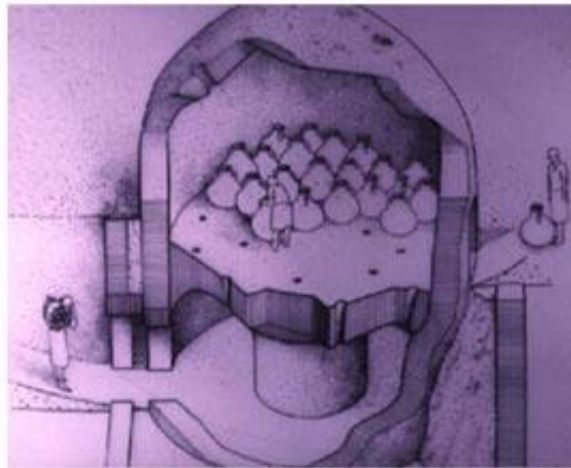


Figura 3.- Reconstrucció d'un forn per a la cocció d'àmfores Dressel 20 (imatge de la exposició "El Monte de les àmfores").



Figura 4.- Derelict romà amb àmfores a prop de l'illa de Pag, Croàcia. Fotografia D. Frk a/UNESCO



Figura 5.- Esquerra: derelict Arles IV amb àmfores d'oli (mitjans s. I dC). Fotografia DRASSM/IFREMER.



Figura 6.- Dreta: àmfores Dressel 20 del derelict de Cabrera III (mitjans s. III dC).



Figura 7.- Equip d'homes helciaríi tirant pensament d'una embarcació de carrega des de la riba de la sirga.
Fotografia A. Gómez.



Figura 8.- Diversos personatges vigilen acuradament l'operació de desembarcament de la carrega.



Figura 9.- Operació de descàrrega d'àmfores entre dues embarcacions.

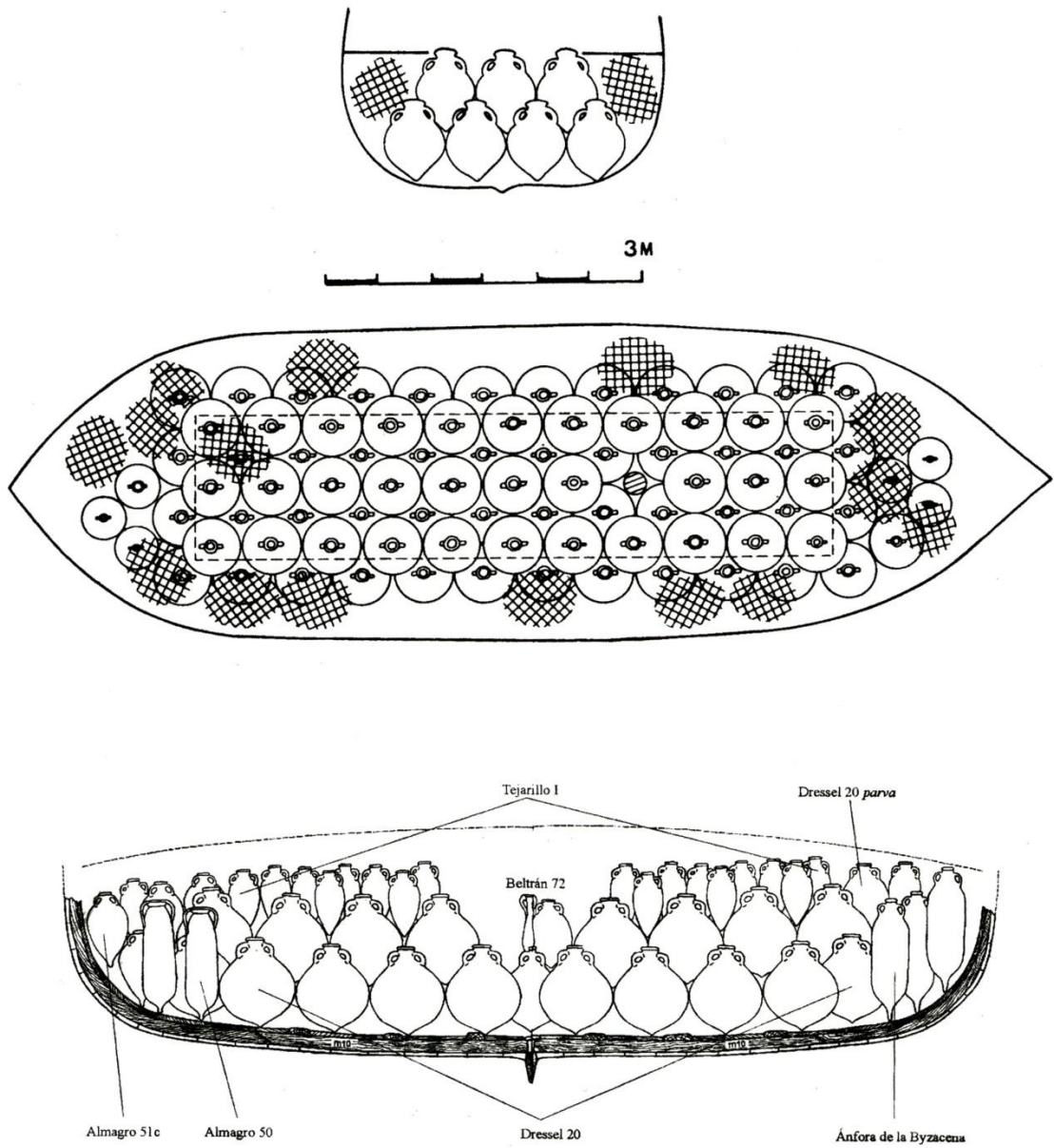


Figura 10.- Superior i central: reconstrucció gràfica de la distribució de la carga de la nau Culip IV (Nieto et alii, 1989); baix: disposició del carregament amfòric de la nau de Cabrera III (Bost et alii, 1992).

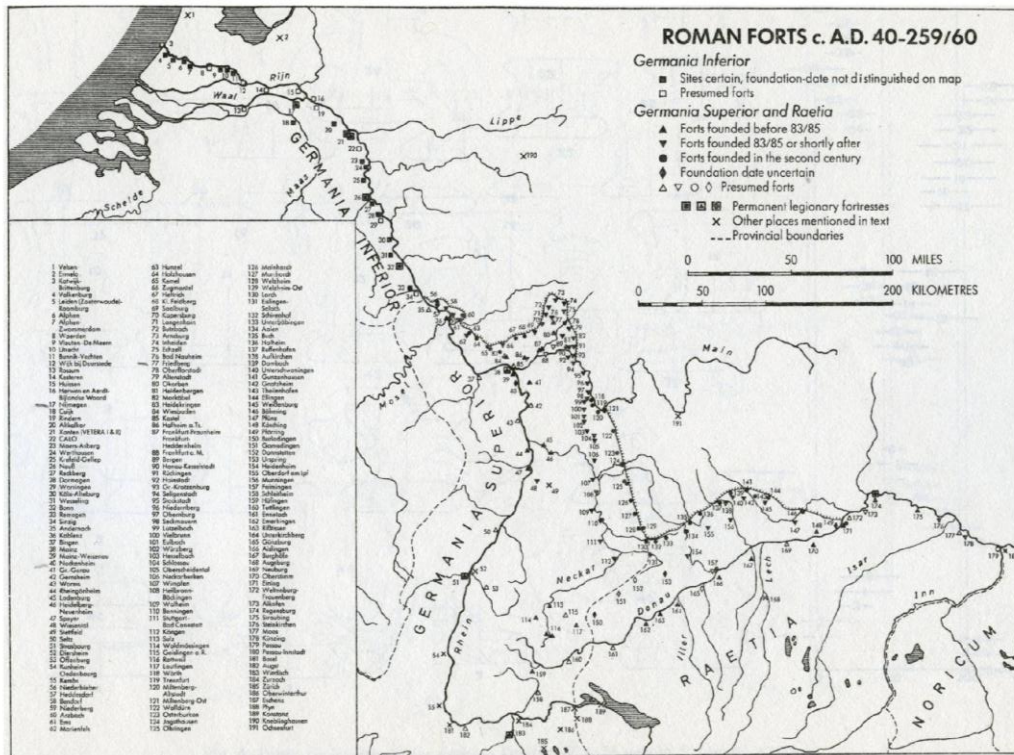


Figura 11.- Limes germànic segons H. Schönbergen.



Figura 12.- Els circuits annonaris de l'oli bètic; imatge de l'exposició: "Testaccio. El Monte de les àmfores" (1997).



Figura 13.- Ubicació del Testaccio a Roma.



Figura 14.- Zona Testaccio, comparació de la mida del turó artificial amb les illes de cases.



Figura 15.- Aproximació al Testaccio, base de planta més o menys triangular.



Figura 16.- Representació del Testaccio al "Plano de Roma" d'Antonio Tempesta, 1593.



Figura 17.- Representació del Testaccio a "Antiquae urbis imago" de Pirro Ligorio, 1773.



Figura 18.- Dipòsits de fragments d'àmfores al Testaccio (imatge de Pablo Echavarrí a Google).



19



20



21



23



22

Figures 19 a 23.- Diverses imatges sobre el Testaccio i les àmfores oliaries (fotografies S. Laudo i exposició "Testaccio. El Monte de les àmfores", 1997: consultar index).

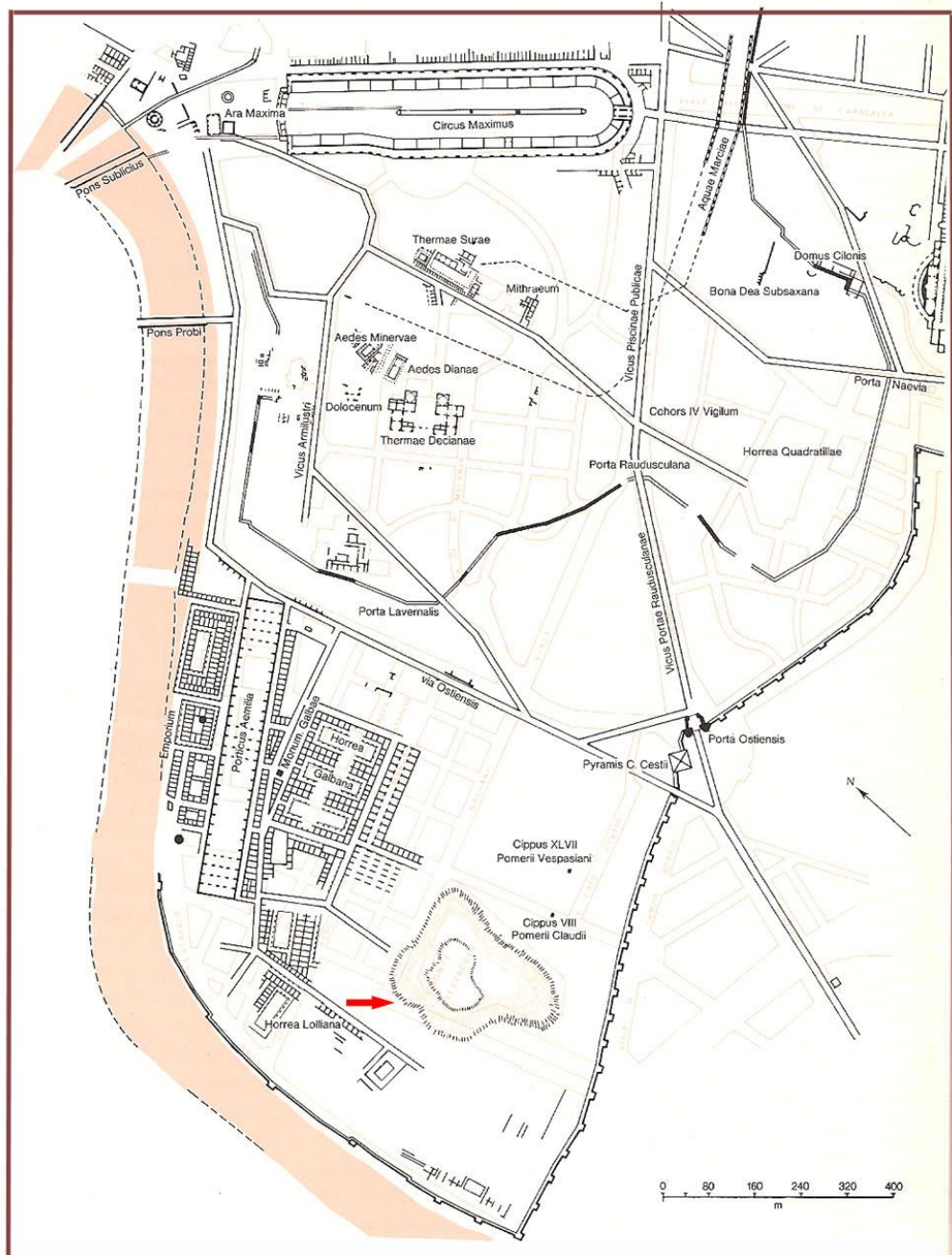


Figura 24.- Planimetria general de l'Aventino, de Filippo Coarelli, amb el Mont Testaccio senyalat amb una fletxa.

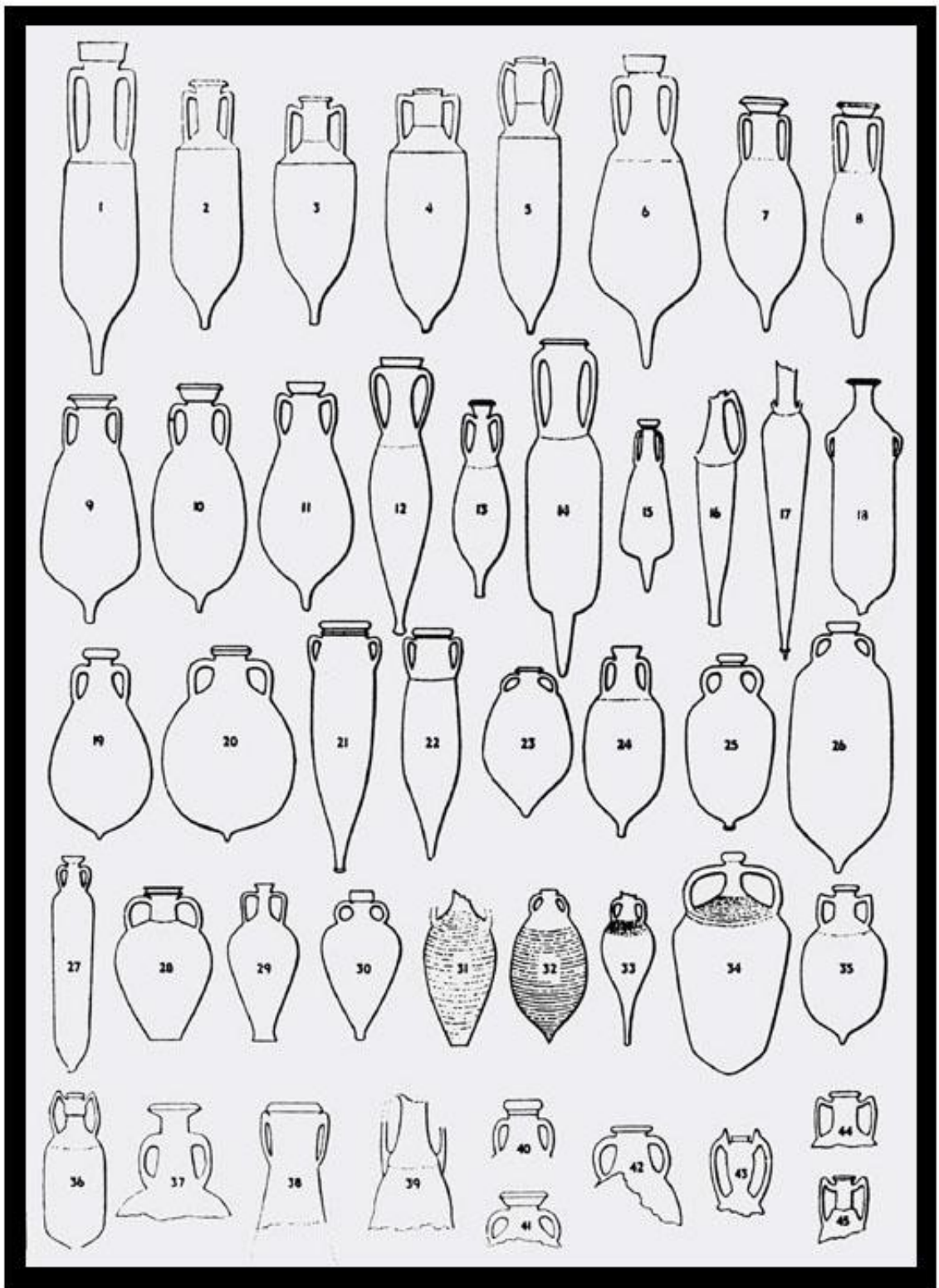


Figura 25.- Taula tipològica de Dressel

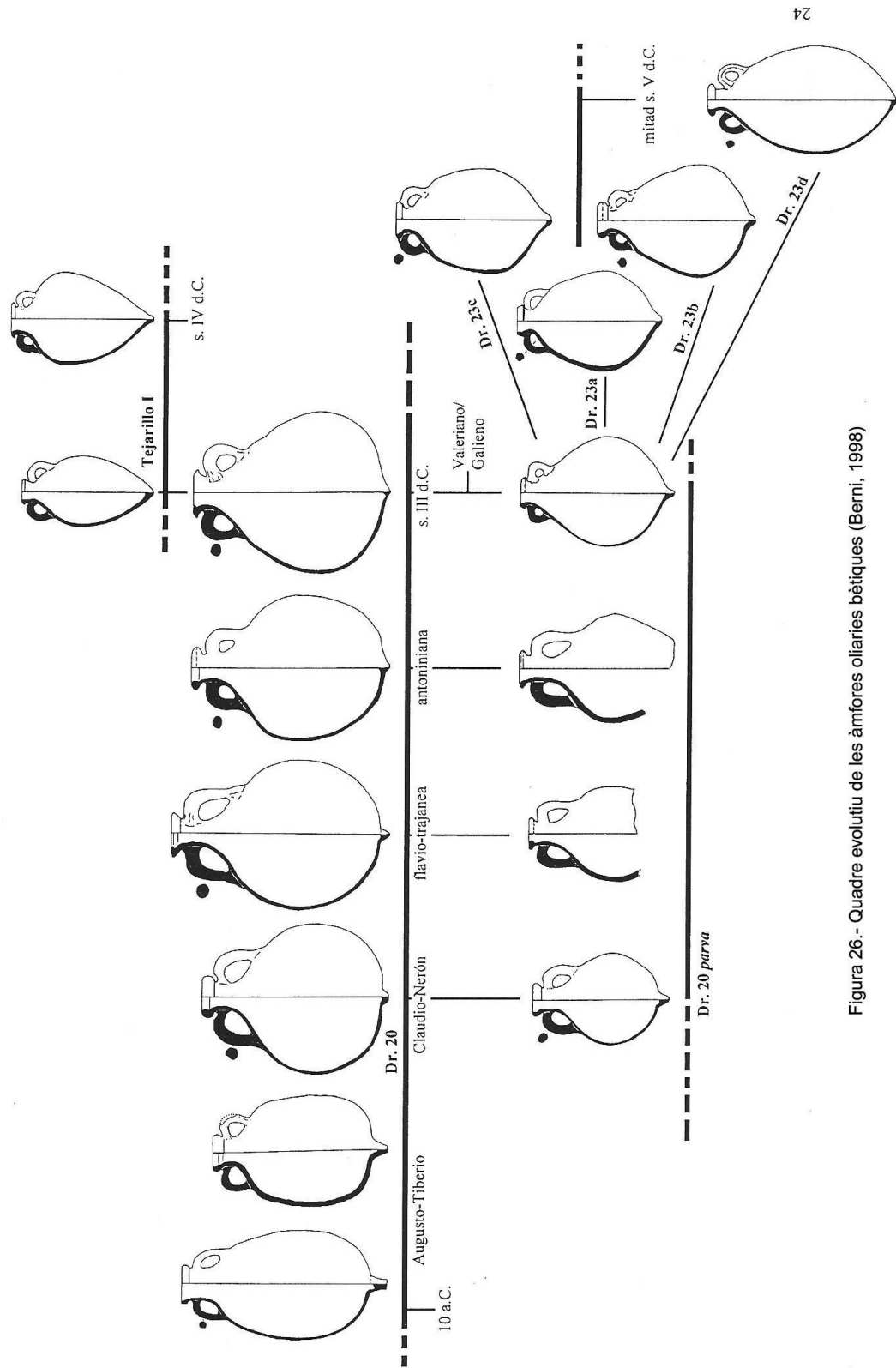


Figura 26.- Cuadro evolutivo de les ámfores oliarias béticas (Berni, 1998)

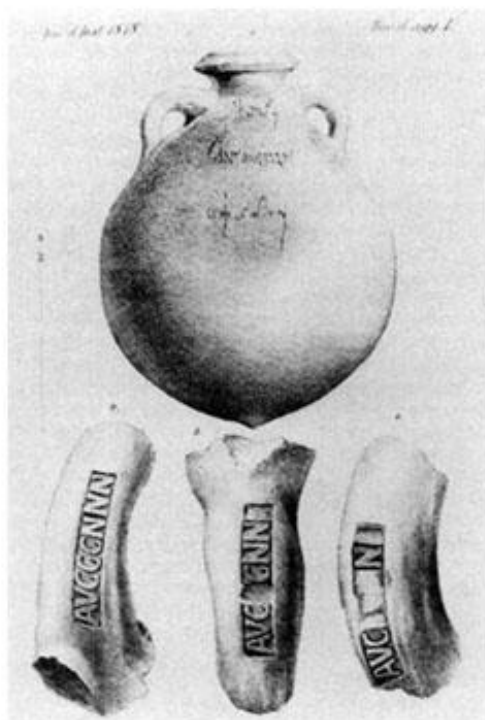


Figura 27.- Dibuix de Dr. 20 amb epigrafia; nanses de Dr. 20 amb segells



Figura 28.- Segell bètic: Il(duorum) CAMILI / MELISSI en una nansa d'àmphora Dr. 20

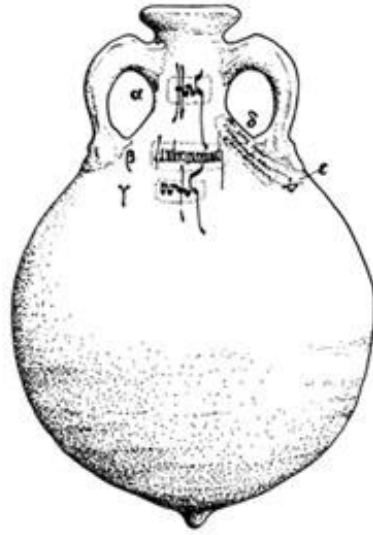


Figura 29.- Àmfora Dressel 20 amb conjunt epigràfic.



Figura 30.- Fragment d'àmfora Dressel 20 amb conjunt epigràfic.

CIL, XV	Inscr. α	Kg	Inscr. γ	Kg	Volume (en litres)	Poids de l'amphore pleine
3636			185	60,495	57,463	
3637	73	23,871				
3638	43	14,061	121+	39,567	44,489	53,628
3639	80	26,16				
3641			192	62,784	70,016	
3642	72	23,544	171+	55,917	62,722	79,431
3643	82	26,814				
3645			173	56,571	63,087	
3646			173	56,571	63,087	
3647	51	16,677	154	50,358	56,158	67,035
3648	53	17,331	161	52,647	58,711	69,978
3649	58	18,966	141	46,107	51,418	65,073
3649a			126	41,202	45,948	
3650			178	58,206	64,910	
3652	83	27,141	193	63,11	70,38	90,251
3653			141	46,107	51,418	
3654	92	30,084	198	64,746	72,204	94,83
3655	73	23,871				
3659	80	26,16	185	60,495	67,463	86,655
3660			167	54,609	60,899	
3661	88	28,776				
(Villa Ludovisi)						
3663	73	23,871	166	54,282	60,534	78,153
3664			184	60,168	67,098	
(Pompéi)						
3666	80	26,16	196	64,09	71,474	90,25
3667	68	22,236				
3668			128	41,856	46,677	
3669	79	25,853	178	58,206	64,910	84,059
(Pompéi)						
3670	58	18,966				
3671	64	20,928				
3672	71	23,217				
3673	55	17,985				
3678	70	22,89				
3679	80	26,16	188	61,476	68,557	87,636
3680			171	55,917	62,722	
3681	83	27,141	175	57,225	63,816	84,366
3683	71	23,217				
3686	69	22,563				
3687	65	21,255				
3689						
			175	57,225	63,816	
Moyenne α et γ = 27 amphores						
	71	23,180	168,5	55,055	61,440	78,235*

* Sur 13 amphores présentant à la fois α et γ : 84,644 kg.

Figura 31.- Taula I: Àmfores Dressel 20 de Castra Pretoria.

N°	Inscr. α	Kg	Inscr. γ (ou δ)	Kg	Volume (l.)	Poids de l'amphore pleine
2	97	31,719				
8	87	28,449	199	65,073	72,56	93,522
10	92	30,084				
16			190	62,13	69,286	
18			170+	55,59	61,993	
20			170+	55,59	61,993	
22			180+	58,86	65,64	
28			200	65,4	72,93	
29			170+	55,59	61,993	
30			208	68,016	75,850	
31			176+	57,55	64,18	
32			190+	62,13	69,286	
33			180	58,86	65,64	
41	104	34,008				
47			192	62,784	70,016	
56	70	22,89				
57	80	26,16				
58	80+	26,16				
59	81	26,487				
60	87+	28,449				
61	90	29,43				
62	91	29,757				
63	93	30,411				
64	90+	29,43				
65	80+	26,16				
71			177	57,87	64,546	
72			175	57,225	63,816	
73			186	60,822	67,828	
74			187	61,149	68,192	
75			190	62,13	69,286	
76			190	62,13	69,286	
77			198	64,746	72,204	
83			161	52,647	58,711	
Moyenne α : 14 amphores, γ : 20 amphores						
	87	28,542	184,5	60,314	67,26	88,856

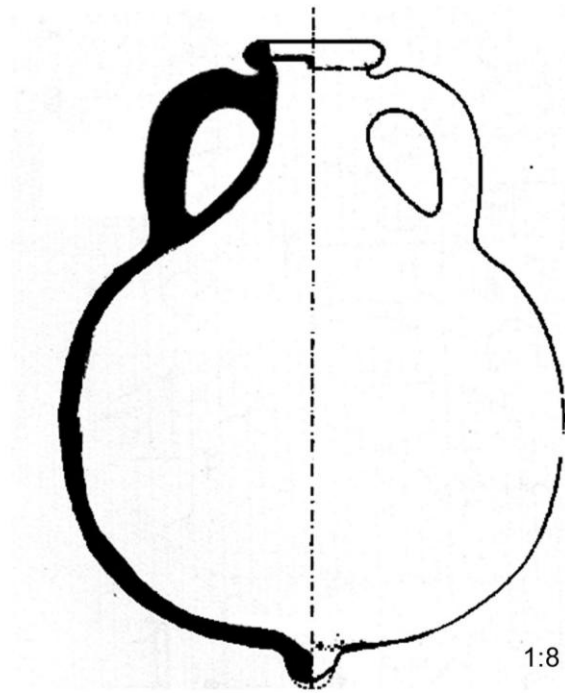
Figura 32.- Taula II: Àmfores Dressel 20 del derelicte Port-Vendres II.

CIL. XV	Inscr. α	Kg	Inscr. γ	Kg	Volume (l.)	Poids de l'amphore pleine (kg)
3706	82	26,814	216	70,63	78,768	97,444
3721	93	30,411	216	70,63	78,768	101,041
3724	77	25,179	214	69,97	78,03	95,149
3725	87	28,449	216	70,63	78,768	99,079
3729	88	28,776	216	70,63	78,768	99,406
3732	92	30,084	192	62,784	70,016	92,868
3744 b	91	29,757	216	70,63	78,768	100,387
3753 b	90	29,43	216	70,63	78,768	100,06
3756	91	29,757	216	70,63	78,768	100,387
3758	84	27,468	214	69,97	78,03	97,438
3769	81	26,487	205	67,03	74,756	93,522
3774	79	25,853	200	65,4	72,93	91,253
3779	92	30,084	216	70,63	78,768	100,714
3785	89	29,103	206	67,362	75,121	96,465
3810	96	31,392	216	70,63	78,768	102,022
3815	81	26,487	202	66,054	73,662	92,541
3825	84	27,468	206	67,362	75,121	94,83
3826	85	27,795	216	70,63	78,768	98,425
3836 b	84	27,468	216	70,63	78,768	98,098
3844	105	34,335	211	68,997	76,944	103,332
Villa Ludovisi						
3838 h	97	31,719	216	70,63	78,768	102,349
3890	88	28,776	192	62,784	70,016	91,56
3897	88	28,776	216	70,63	78,768	99,406
3934	77	25,179	212	69,32	77,31	94,499
3938 I	87	28,449	209	68,343	76,215	96,792
3952	91	29,757	203	66,38	74,027	96,137
3954	95	31,065	216	70,63	78,768	101,695
3987	88	28,776	204	66,708	74,392	95,484
4040	84	27,468	216	70,63	78,768	98,098
4491,1	77	25,179	174	56,898	63,452	82,077
4491,4	88	28,776	216	70,63	78,768	99,406
4491,7	92+	30,084	216	70,63	78,768	100,714
Moyenne	97+	28,643	210-	68,627	76,527	97,271

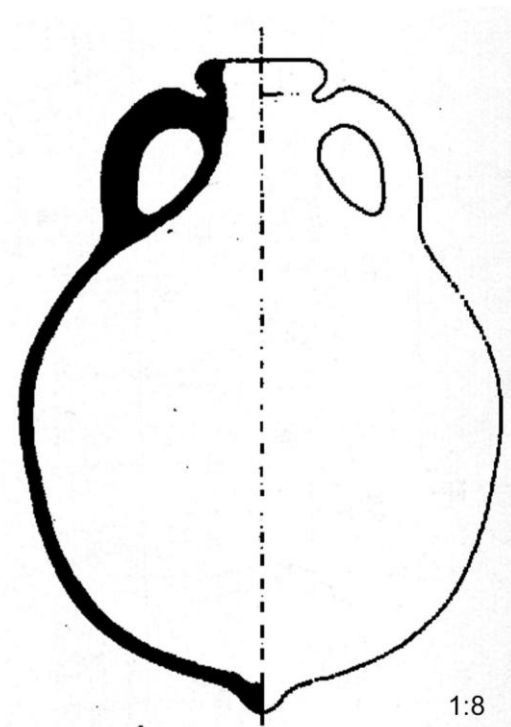
Figura 33.- Taula III: Àmfores Dressel 20 del Testaccio.

Nº	Inscr. α	Kg	Inscr. γ	Kg	Volume (l.)	Poids de l'amphore pleine (kg)
1	85	27,79	216	70,63	78,768	98,42
2	85	27,79	203	66,38	74,027	94,17
3	86	28,12	196	64,09	71,47	92,21
4	86	28,12	195	63,76	71,11	91,98
5	90	29,43	198	64,75	72,20	94,18
6	91	29,75	216	70,63	78,768	100,38
7	101	33,027	203	66,38	74,027	99,407
8			193	63,11	70,38	
9	82	26,814	195	63,76	71,11	90,57
10	91	29,75	214	69,97	78,03	97,75
12	86	28,12	196	64,09	71,47	92,21
14	92	30,08	187	61,15	68,19	91,23
15	93	30,411	212	69,32	77,31	99,73
16	95	31,06	208	68,016	75,85	99,076
Moyenne	89+	29,15	203+	66,4	74,05	95,79

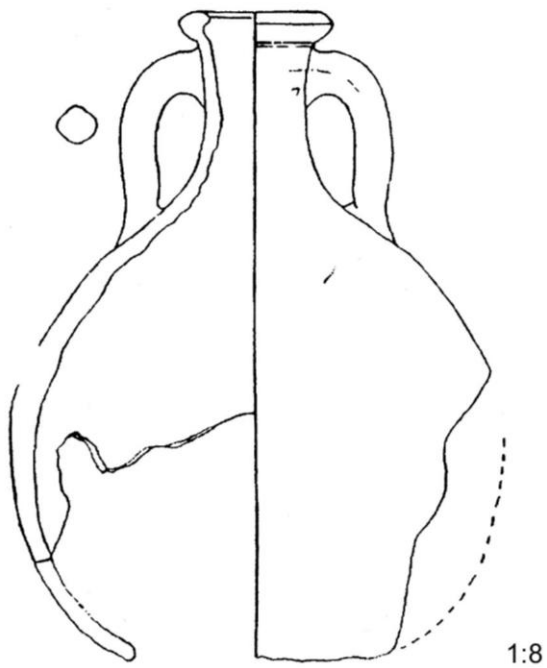
Figura 34.- Taula IV: Àmfores Dressel 20 de Saint-Gervais 3.



N. Cat. 1.- Port-Vendres (5.3 Remesal, 1986)

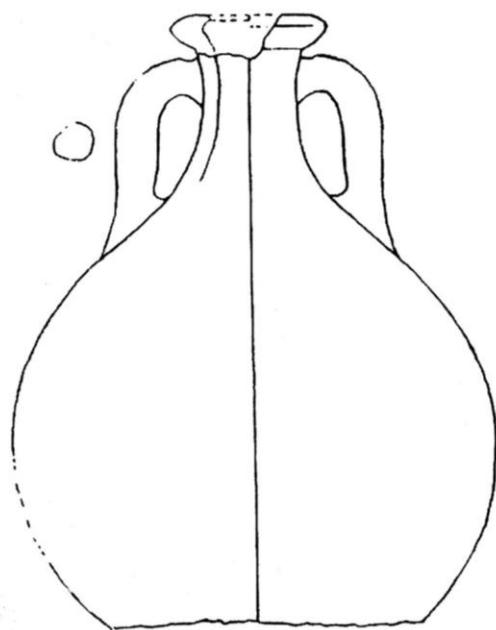


N. Cat. 2.- Port-Vendres (5.4 Remesal, 1986)



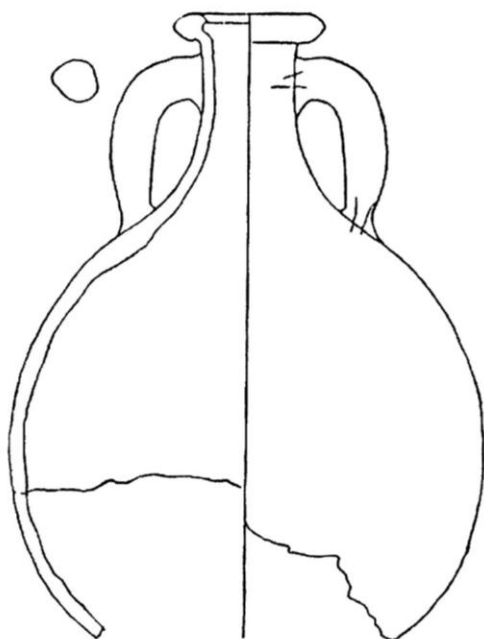
1:8

N. Cat. 3.-72-114-15 Grand-Ribaud B



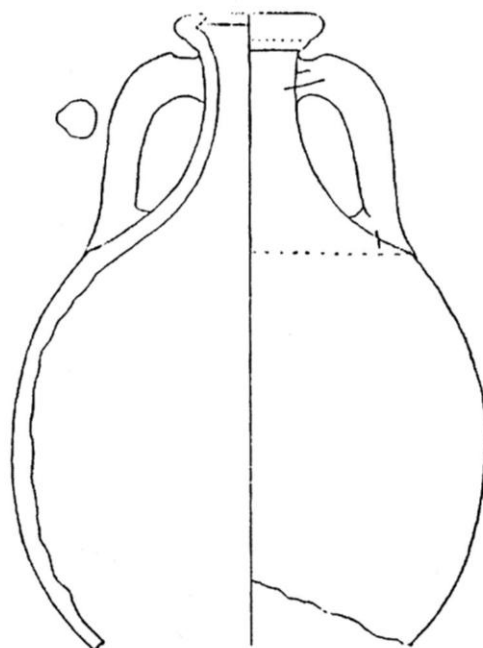
1:8

N. Cat. 4.-73-X-118(114) Grand-Ribaud B



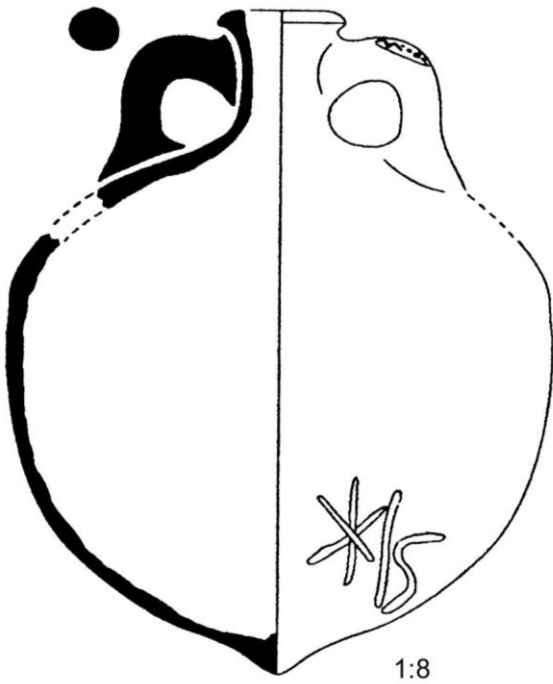
1:8

N. Cat. 5.-71-114-02 Grand-Ribaud B



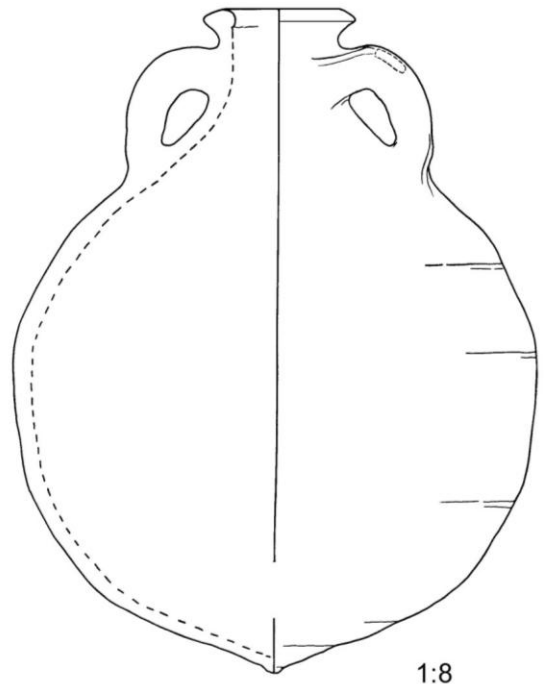
1:8

N. Cat. 6.-71-114-01 Grand-Ribaud B



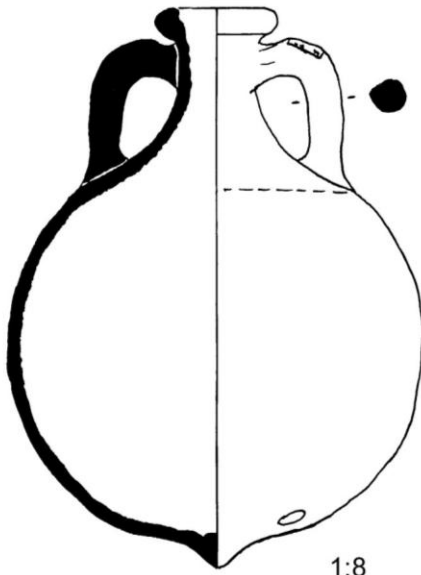
1:8

N. Cat. 7.- 36 Marliere (2000)



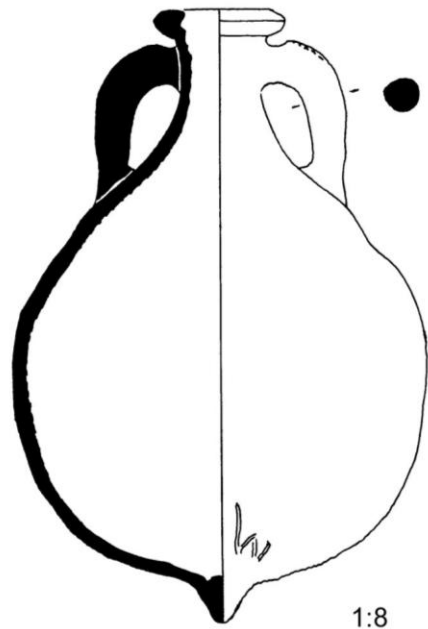
1:8

N. Cat. 8.- 795/ST 65 a Martin-Kilcher, Augst



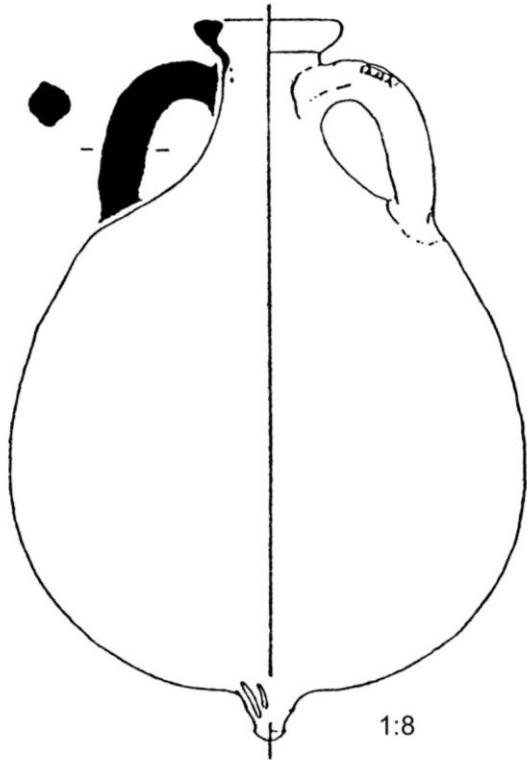
1:8

N. Cat. 9.- 4.2 Rouquette (1992)



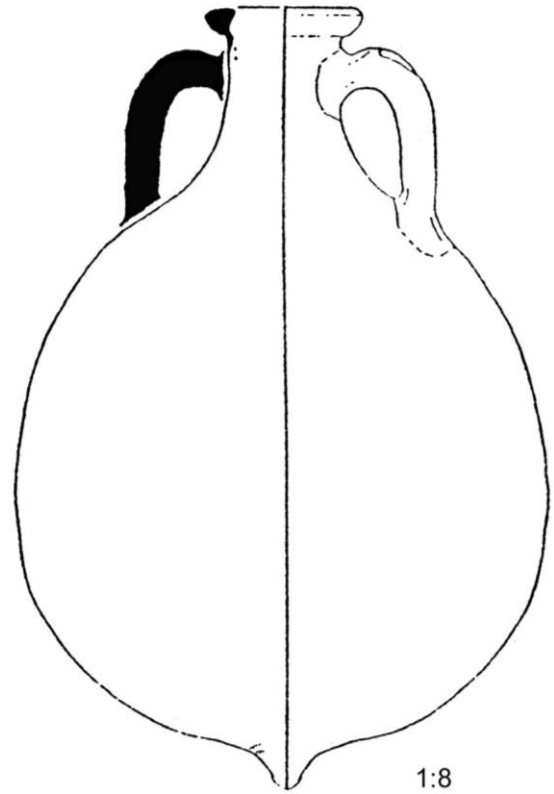
1:8

N. Cat. 10.- 3.2 Rouquette (1992)



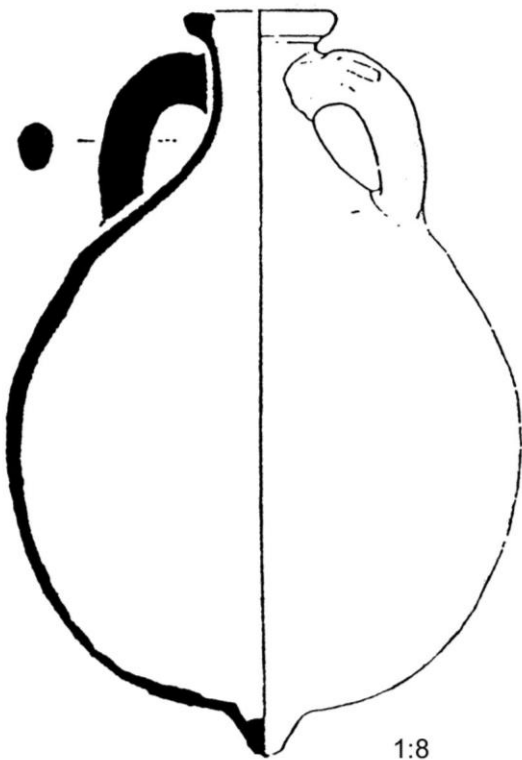
1:8

N. Cat. 11.- 5.4 Bertrand 1992



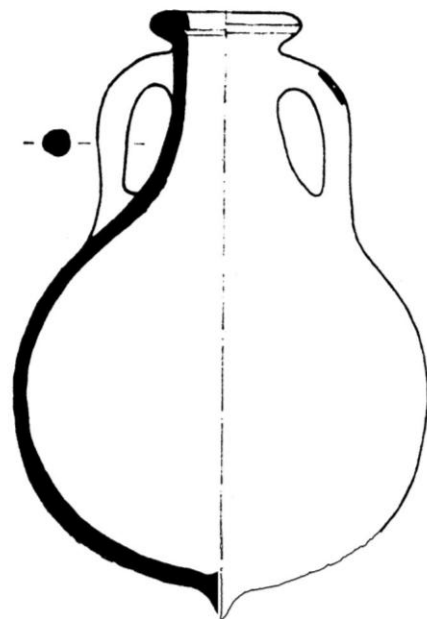
1:8

N. Cat. 12.- 5.5 Bertrand 1992



1:8

N. Cat. 13.- 5.6 Bertrand 1992



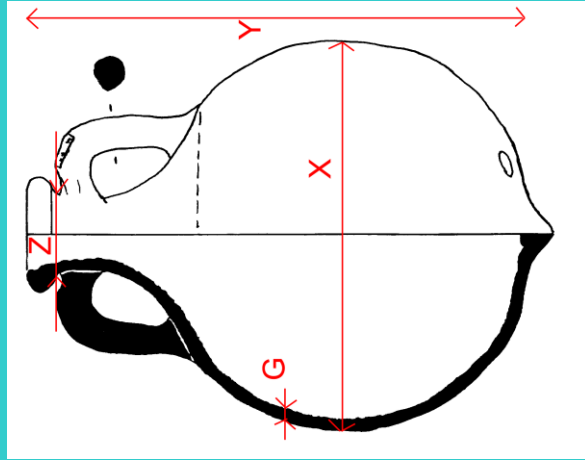
1:8

N. Cat. 14.- 7 Remesal 77-78

Calculadora de volums de les Àmfores Dressel 20

Taula de càlculs i resultats Model A

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
X: diàmetre del ventre	55,00	52,10	51,20	50,40	50,40	50,40	56,00	54,60	43,40	43,20	55,60	56,80	55,60	43,40
G: gruix de les parets de l'àmfora	1,90	1,60	2,00	2,00	1,60	1,80	2,00	2,00	1,40	1,60	2,00	2,00	1,80	1,60
Y: altura de l'àmfora sense pivot	67,00	68,30	72,40	71,00	71,20	72,60	67,00	67,60	57,20	60,00	71,80	78,80	74,40	60,80
Z: diàmetre sota el llavi intern *	7,84	7,76	8,48	6,64	7,28	6,80	6,08	9,60	5,68	5,76	8,16	8,24	12,00	11,80
Volum en cm ³	70.706	61.830	56.086	52.916	55.783	54.361	73.854	68.558	35.299	33.859	72.627	78.086	75.386	35.547
Volum en l	70,71	61,83	56,09	52,92	55,78	54,36	73,85	68,56	35,30	33,86	72,63	78,09	75,39	35,55



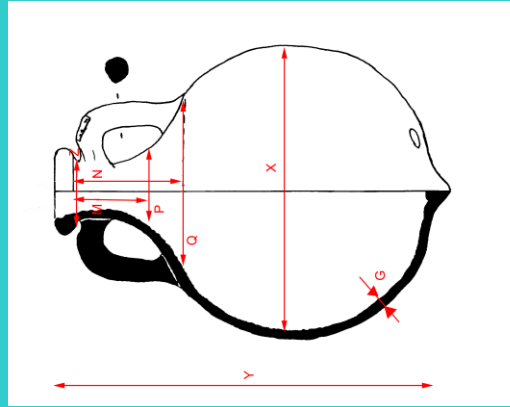
Els volums obtinguts són resultats aproximatius.

* La mesura s'ha pres a 5 cm. de la bora externa del llavi

Calculadora de volums de les Àmfores Dressel 20

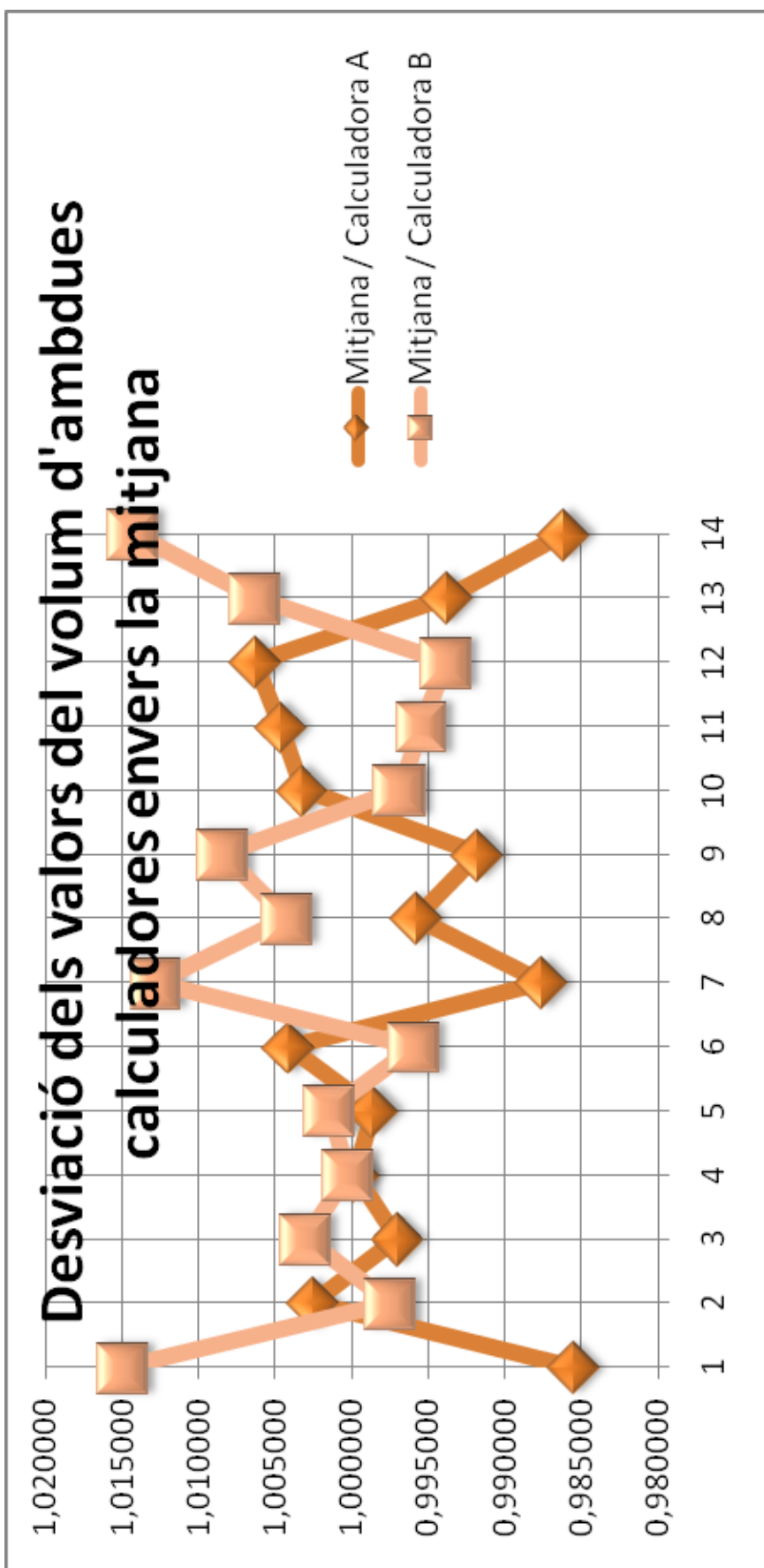
Taula de càlculs i resultats Model B

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
X: diàmetre del ventre	55,00	52,10	51,20	50,40	50,40	50,40	56,00	54,60	43,40	43,20	55,60	56,80	55,60	43,40
G: gruix de les parets de l'àmfora	1,90	1,60	2,00	2,00	1,60	1,80	2,00	2,00	1,40	1,60	2,00	2,00	1,80	1,60
Y: altura de l'àmfora sense pivot	67,00	68,30	72,40	71,00	71,20	72,60	67,00	67,60	57,20	60,00	71,80	78,80	74,40	60,80
Z: diàmetre sota el llavi intern *	7,84	7,76	8,48	6,64	7,28	6,80	6,08	9,60	5,68	5,76	8,16	8,24	8,72	7,76
N: Altura del coll	17,56	20,96	21,10	20,80	20,85	20,20	12,40	14,00	14,20	14,80	17,70	19,40	20,60	15,40
M: Altura del coll des del diàmetre	7,00	11,20	16,20	15,60	15,80	17,20	6,00	8,00	8,80	11,80	11,20	17,00	13,80	12,40
P: radi del coll des del diàmetre	19,32	20,56	7,04	8,00	7,32	9,00	3,12	7,36	4,89	7,40	8,56	12,24	8,68	6,04
Q: radi del coll	5,92	8,20	12,04	13,20	12,92	12,92	12,04	13,92	11,16	10,84	18,52	16,36	16,36	8,40
Volum en cm ³	68.659	62.142	55.750	52.895	55.627	54.806	72.014	67.980	34.717	34.074	73.298	79.068	74.452	34.558
Volum en l	68,66	62,14	55,75	52,90	55,63	54,81	72,01	67,98	34,72	34,07	73,30	79,07	74,45	34,56



Els volums obtinguts són resultats aproximatius.

* La mesura s'ha pres a 5 cm. de la bora externa del llavi



Àmfora 1		V: 1 cm			V: 5 cm			V: 10 cm		
Altura	Mesura Altura	Cilindres Interiors	Cilindres Exteriors	Mitjana aritmètica	Cilindres Interiors	Cilindres Exteriors	Mitjana aritmètica	Cilindres Interiors	Cilindres Exteriors	Mitjana aritmètica
h ₁	60,84		191,13	191,13		4.778,36	4.421,79		19.113,45	16.556,19
h ₂	60,84	191,13	573,40	573,40						
h ₃	60,84	573,40	955,67	951,27						
h ₄	60,28	946,88	1.325,63	1.320,79						
h ₅	59,84	1.315,95	1.691,94	1.577,71						
h ₆	51,76	1.463,48	1.788,70	1.747,92	4.065,22	12.195,66	11.347,43			
h ₇	49,40	1.707,14	2.017,53	1.987,31						
h ₈	47,92	1.957,09	2.258,18	2.231,79						
h ₉	46,80	2.205,40	2.499,45	2.466,34						
h ₁₀	45,56	2.433,23	2.719,49	2.689,64						
h ₁₁	44,56	2.659,80	2.939,78	2.902,83	10.499,20	17.498,67	16.485,51	13.998,94	41.996,81	35.814,16
h ₁₂	43,44	2.865,89	3.138,83	3.102,70						
h ₁₃	42,44	3.066,57	3.333,23	3.293,96						
h ₁₄	41,44	3.254,69	3.515,07	3.460,78						
h ₁₅	40,16	3.406,49	3.658,82	3.624,20						
h ₁₆	39,40	3.589,58	3.837,14	3.768,97	15.472,34	21.661,28	19.473,16			
h ₁₇	38,00	3.700,80	3.939,56	3.873,21						
h ₁₈	36,72	3.806,86	4.037,57	3.949,61						
h ₁₉	35,12	3.861,65	4.082,31	4.000,94						
h ₂₀	33,72	3.919,58	4.131,45	3.991,77						
h ₂₁	31,44	3.852,10	4.049,64	3.913,10	17.285,04	22.223,63	15.183,32	29.631,50		
h ₂₂	29,32	3.776,57	3.960,79	3.809,50						
h ₂₃	27,08	3.658,20	3.828,34	3.636,08						
h ₂₄	24,36	3.443,81	3.596,87	3.307,47						
h ₂₅	20,44	3.018,07	3.146,49	2.459,93						
h ₂₆	11,52	1.773,37			8.143,01					
		66.447,70	71.217,02	68.832,36	55.464,82	78.357,60	66.911,21	43.630,44	61.110,26	52.370,35

Àmfora 2		V: 1 cm			V: 5 cm			V: 10 cm		
Altura	Mesura Altura	Cilindres Interiors	Cilindres Exteriors	Mitjana aritmètica	Cilindres Interiors	Cilindres Exteriors	Mitjana aritmètica	Cilindres Interiors	Cilindres Exteriors	Mitjana aritmètica
h ₁	62,08		195,03	195,03		4.875,75	4.611,86		19.503,01	17.209,64
h ₂	62,08	195,03	585,09	585,09						
h ₃	62,08	585,09	975,15	975,15						
h ₄	62,08	975,15	1.365,21	1.327,39						
h ₅	58,64	1.289,56	1.658,01	1.611,64						
h ₆	55,36	1.565,27	1.913,10	1.867,49	4.347,96	13.043,89	12.115,55			
h ₇	52,72	1.821,87	2.153,12	2.129,43						
h ₈	51,56	2.105,75	2.429,71	2.390,12						
h ₉	49,88	2.350,54	2.663,94	2.636,17						
h ₁₀	48,84	2.608,40	2.915,27	2.874,68						
h ₁₁	47,48	2.834,09	3.132,42	3.100,75	11.187,21	18.645,35	17.537,94	14.916,28	44.748,85	37.265,57
h ₁₂	46,52	3.069,08	3.361,38	3.323,81						
h ₁₃	45,48	3.286,23	3.571,99	3.518,58						
h ₁₄	44,12	3.465,18	3.742,39	3.694,89						
h ₁₅	43,00	3.647,39	3.917,57	3.864,72						
h ₁₆	41,84	3.811,88	4.074,77	3.998,81	16.430,53	23.002,74	20.187,87			
h ₁₇	40,28	3.922,84	4.175,93	4.082,63						
h ₁₈	38,48	3.989,32	4.231,10	4.143,13						
h ₁₉	36,88	4.055,17	4.286,89	4.138,11						
h ₂₀	34,32	3.989,32	4.204,96	4.038,33						
h ₂₁	31,60	3.871,70	4.070,25	3.871,89	17.373,01	22.336,72	13.260,66	29.782,30		
h ₂₂	28,52	3.673,53	3.852,72	3.625,77						
h ₂₃	25,16	3.398,83	3.556,91	3.195,00						
h ₂₄	20,04	2.833,09	2.959,00	2.548,52						
h ₂₅	14,48	2.138,04	2.229,02	1.570,17						
h ₂₆	5,92	911,31			4.184,60					
		66.393,67	72.220,94	69.307,30	53.523,31	81.904,46	67.713,89	44.698,58	64.251,85	54.475,22

Àmfora 8		V: 1 cm			V: 5 cm			V: 10 cm		
Altura	Mesura Altura	Cilindres Interiors	Cilindres Exteriors	Mitjana aritmètica	Cilindres Interiors	Cilindres Exteriors	Mitjana aritmètica	Cilindres Interiors	Cilindres Exteriors	Mitjana aritmètica
h ₁	63,00		197,92	197,54		4.948,01	4.734,38		19.792,03	17.530,09
h ₂	62,76	197,17	591,50	589,99						
h ₃	62,44	588,48	980,81	977,66						
h ₄	62,04	974,52	1.364,33	1.359,93						
h ₅	61,64	1.355,53	1.742,83	1.685,15						
h ₆	57,56	1.627,47	1.989,13	1.940,75	4.520,75	13.562,26	12.506,68			
h ₇	54,76	1.892,37	2.236,44	2.195,60						
h ₈	52,76	2.154,76	2.486,26	2.450,44						
h ₉	51,24	2.414,63	2.736,58	2.704,53						
h ₁₀	50,04	2.672,49	2.986,90	2.943,92						
h ₁₁	48,60	2.900,95	3.206,31	3.166,73	11.451,11	19.085,18	17.812,83	15.268,14	45.804,42	37.963,01
h ₁₂	47,40	3.127,14	3.424,96	3.370,05						
h ₁₃	45,88	3.315,13	3.603,41	3.553,14						
h ₁₄	44,60	3.502,88	3.783,11	3.742,39						
h ₁₅	43,64	3.701,68	3.975,87	3.906,63						
h ₁₆	42,12	3.837,39	4.102,04	4.024,13	16.540,49	23.156,68	20.363,80			
h ₁₇	40,52	3.946,22	4.200,81	4.122,02						
h ₁₈	39,00	4.043,23	4.288,27	4.165,12						
h ₁₉	36,76	4.041,97	4.272,94	4.142,76						
h ₂₀	34,52	4.012,57	4.229,46	4.072,64						
h ₂₁	31,96	3.915,81	4.116,62	3.962,05	17.570,93	22.591,19	15.593,30	30.121,59		
h ₂₂	29,56	3.807,48	3.993,22	3.804,09						
h ₂₃	26,76	3.614,97	3.783,11	3.545,60						
h ₂₄	23,40	3.308,10	3.455,12	3.109,61						
h ₂₅	18,72	2.764,10	2.881,72	2.376,80						
h ₂₆	12,16	1.871,89			8.595,40					
		69.588,92	74.629,66	72.109,29	58.678,67	83.343,31	71.010,99	45.389,73	65.596,45	55.493,09

Àmfora 9		V: 1 cm			V: 5 cm			V: 10 cm		
Altura	Mesura Altura	Cilindres Interiors	Cilindres Exteriors	Mitjana aritmètica	Cilindres Interiors	Cilindres Exteriors	Mitjana aritmètica	Cilindres Interiors	Cilindres Exteriors	Mitjana aritmètica
h ₁	50,08		157,33	157,33		3.933,27	3.568,85		15.733,10	13.345,49
h ₂	50,08	157,33	471,99	471,24						
h ₃	49,92	470,48	784,14	783,83						
h ₄	49,88	783,51	1.096,92	1.020,39						
h ₅	42,92	943,86	1.213,53	1.183,56						
h ₆	40,80	1.153,59	1.409,95	1.392,67	3.204,42	9.613,27	8.915,84			
h ₇	39,80	1.375,39	1.625,46	1.590,34						
h ₈	38,08	1.555,21	1.794,48	1.766,20						
h ₉	36,88	1.737,93	1.969,65	1.946,15						
h ₁₀	36,00	1.922,65	2.148,85	2.115,42						
h ₁₁	34,88	2.082,00	2.301,15	2.272,13	8.218,41	13.697,34	12.362,17	10.957,88	32.873,63	21.111,50
h ₁₂	34,00	2.243,10	2.456,73	2.406,15						
h ₁₃	32,60	2.355,57	2.560,40	2.516,42						
h ₁₄	31,48	2.472,43	2.670,23	2.593,89						
h ₁₅	29,68	2.517,55	2.704,03	2.631,15						
h ₁₆	28,08	2.558,26	2.734,69	2.600,30	11.026,99	15.437,79	10.445,80			
h ₁₇	25,32	2.465,90	2.624,99	2.498,51						
h ₁₈	22,88	2.372,03	2.515,79	2.370,65						
h ₁₉	20,24	2.225,50	2.352,68	2.108,57						
h ₂₀	16,04	1.864,47	1.965,25	1.590,34						
h ₂₁	9,92	1.215,42			5.453,80			9.349,38		
		34.472,19	37.558,24	36.015,22	27.903,63	42.681,68	35.292,65	20.307,25	48.606,72	34.456,99

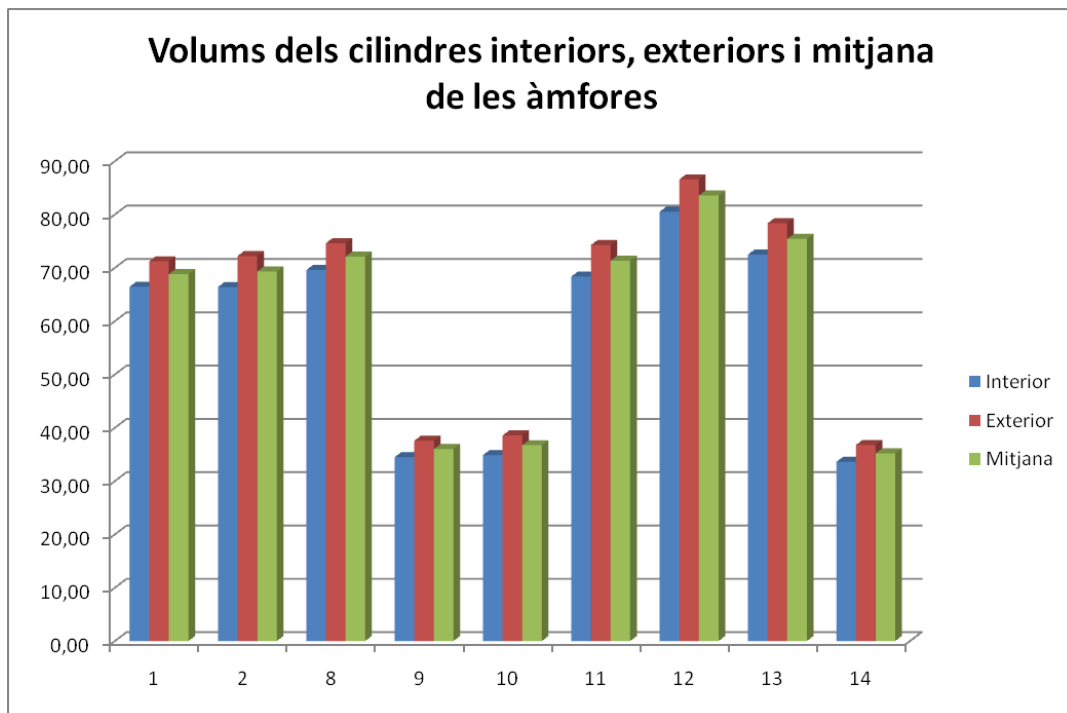
Àmfora 10		V: 1 cm			V: 5 cm			V: 10 cm		
Altura	Mesura Altura	Cilindres Interiors	Cilindres Exteriors	Mitjana aritmètica	Cilindres Interiors	Cilindres Exteriors	Mitjana aritmètica	Cilindres Interiors	Cilindres Exteriors	Mitjana aritmètica
h ₁	54,36		170,78	171,03		4.269,42	3.864,16		17.077,70	14.394,78
h ₂	54,52	171,28	513,84	513,08						
h ₃	54,36	512,33	853,88	851,06						
h ₄	54,00	848,23	1.187,52	1.097,80						
h ₅	45,84	1.008,07	1.296,10	1.270,65						
h ₆	44,04	1.245,20	1.521,91	1.488,05	3.458,89	10.376,68	9.580,29			
h ₇	42,08	1.454,18	1.718,58	1.694,89						
h ₈	40,92	1.671,20	1.928,31	1.897,21						
h ₉	39,60	1.866,11	2.114,92	2.081,81						
h ₁₀	38,36	2.048,70	2.289,72	2.257,49						
h ₁₁	37,28	2.225,25	2.459,49	2.408,03	8.783,89	14.639,82	12.794,14	11.711,86	35.135,57	20.791,06
h ₁₂	35,72	2.356,57	2.581,01	2.518,87						
h ₁₃	34,00	2.456,73	2.670,35	2.615,38						
h ₁₄	32,60	2.560,40	2.765,23	2.678,71						
h ₁₅	30,56	2.592,19	2.784,21	2.662,12						
h ₁₆	27,88	2.540,04	2.715,22	2.584,71	10.948,45	15.327,83	9.544,16			
h ₁₇	25,20	2.454,21	2.612,55	2.475,70						
h ₁₈	22,56	2.338,85	2.480,60	2.271,69						
h ₁₉	18,76	2.062,77	2.180,64	1.906,32						
h ₂₀	14,04	1.631,99	1.720,21	1.279,13						
h ₂₁	6,84	838,05			3.760,49			6.446,55		
		34.882,36	38.565,06	36.723,71	26.951,72	44.613,76	35.782,74	18.158,41	52.213,27	35.185,84

Àmfora 11		V: 1 cm			V: 5 cm			V: 10 cm		
Altura	Mesura Altura	Cilindres Interiors	Cilindres Exteriors	Mitjana aritmètica	Cilindres Interiors	Cilindres Exteriors	Mitjana aritmètica	Cilindres Interiors	Cilindres Exteriors	Mitjana aritmètica
h ₁	69,64		218,78	218,78		5.469,51	4.849,05		21.878,05	18.541,68
h ₂	69,64	218,78	656,34	656,34						
h ₃	69,64	656,34	1.093,90	1.093,90						
h ₄	69,64	1.093,90	1.531,46	1.413,15						
h ₅	58,88	1.294,84	1.664,79	1.593,54						
h ₆	53,84	1.522,29	1.860,58	1.834,31	4.228,58	12.685,75	12.044,87			
h ₇	52,32	1.808,05	2.136,79	2.116,37						
h ₈	51,32	2.095,94	2.418,40	2.395,78						
h ₉	50,36	2.373,16	2.689,58	2.663,94						
h ₁₀	49,40	2.638,31	2.948,70	2.918,85						
h ₁₁	48,40	2.889,01	3.193,11	3.158,81	11.403,98	19.006,64	17.891,37	15.205,31	45.615,93	37.906,46
h ₁₂	47,36	3.124,50	3.422,07	3.387,39						
h ₁₃	46,40	3.352,71	3.644,25	3.595,55						
h ₁₄	45,16	3.546,86	3.830,61	3.779,71						
h ₁₅	43,96	3.728,82	4.005,03	3.948,54						
h ₁₆	42,72	3.892,06	4.160,47	4.094,25	16.776,10	23.486,55	20.550,73			
h ₁₇	41,36	4.028,02	4.287,90	4.190,44						
h ₁₈	39,48	4.092,99	4.341,05	4.235,50						
h ₁₉	37,56	4.129,94	4.365,93	4.228,77						
h ₂₀	35,20	4.091,61	4.312,78	4.119,19						
h ₂₁	32,04	3.925,61	4.126,92	3.995,54	17.614,91	22.647,74	13.812,01	30.196,99		
h ₂₂	30,00	3.864,16	4.052,65	3.795,99						
h ₂₃	26,20	3.539,32	3.703,94	3.325,06						
h ₂₄	20,84	2.946,19	3.077,13	2.755,24						
h ₂₅	16,48	2.433,35	2.536,90	1.810,31						
h ₂₆	7,04	1.083,72			4.976,28					
		68.370,48	74.280,07	71.325,27	54.999,86	83.296,19	69.148,03	45.402,30	67.493,98	56.448,14

Àmfora 12		V: 1 cm			V: 5 cm			V: 10 cm		
Altura	Mesura Altura	Cilindres Interiors	Cilindres Exteriors	Mitjana aritmètica	Cilindres Interiors	Cilindres Exteriors	Mitjana aritmètica	Cilindres Interiors	Cilindres Exteriors	Mitjana aritmètica
h ₁	71,92		225,94	226,13		5.648,58	5.287,30		22.594,33	19.735,49
h ₂	72,04	226,32	678,96	678,40						
h ₃	71,92	677,83	1.129,72	1.125,32						
h ₄	71,36	1.120,92	1.569,29	1.569,29						
h ₅	71,36	1.569,29	2.017,66	1.895,51						
h ₆	62,72	1.773,37	2.167,45	2.112,16	4.926,02	14.778,05	13.717,76			
h ₇	59,52	2.056,86	2.430,84	2.393,27						
h ₈	57,68	2.355,69	2.718,11	2.679,46						
h ₉	56,04	2.640,82	2.992,93	2.966,23						
h ₁₀	55,04	2.939,53	3.285,35	3.245,96						
h ₁₁	53,72	3.206,56	3.544,09	3.471,52	12.657,48	21.095,79	19.784,18	16.876,64	50.629,91	42.675,39
h ₁₂	51,52	3.398,95	3.722,66	3.672,08						
h ₁₃	50,12	3.621,50	3.936,42	3.897,15						
h ₁₄	49,12	3.857,88	4.166,51	4.134,27						
h ₁₅	48,36	4.102,04	4.405,90	4.345,77						
h ₁₆	47,04	4.285,64	4.581,20	4.507,18	18.472,56	25.861,59	23.057,72			
h ₁₇	45,52	4.433,16	4.719,17	4.611,36						
h ₁₈	43,44	4.503,54	4.776,48	4.679,72						
h ₁₉	41,68	4.582,96	4.844,84	4.672,80						
h ₂₀	38,72	4.500,77	4.744,06	4.628,89						
h ₂₁	36,84	4.513,71	4.745,19	4.562,28	20.253,85	26.040,66	19.254,82	34.720,88		
h ₂₂	34,00	4.379,38	4.593,01	4.393,08						
h ₂₃	31,04	4.193,15	4.388,18	4.099,78						
h ₂₄	26,96	3.811,38	3.980,77	3.617,54						
h ₂₅	22,04	3.254,31	3.392,79	3.054,13						
h ₂₆	17,64	2.715,47	2.826,30	2.316,80	12.468,98					
h ₂₇	11,28	1.807,30								
		80.528,32	86.583,80	83.556,06	68.778,89	93.424,68	81.101,79	51.597,52	73.224,24	62.410,88

Àmfora 13		V: 1 cm			V: 5 cm			V: 10 cm		
Altura	Mesura Altura	Cilindres Interiors	Cilindres Exteriors	Mitjana aritmètica	Cilindres Interiors	Cilindres Exteriors	Mitjana aritmètica	Cilindres Interiors	Cilindres Exteriors	Mitjana aritmètica
h ₁	69,80		219,28	219,28		5.482,08	5.048,54		21.928,32	19.038,05
h ₂	69,80	219,28	657,85	657,10						
h ₃	69,64	656,34	1.093,90	1.081,02						
h ₄	68,00	1.068,14	1.495,40	1.494,52						
h ₅	67,92	1.493,64	1.920,39	1.790,90						
h ₆	58,76	1.661,40	2.030,60	1.999,50	4.615,00	13.845,00	12.977,92			
h ₇	56,96	1.968,40	2.326,29	2.289,53						
h ₈	55,16	2.252,77	2.599,35	2.566,37						
h ₉	53,76	2.533,38	2.871,16	2.834,85						
h ₁₀	52,40	2.798,53	3.127,77	3.097,92						
h ₁₁	51,40	3.068,08	3.391,04	3.350,13	12.110,84	20.184,73	18.983,07	16.147,79	48.443,36	39.979,91
h ₁₂	50,16	3.309,23	3.624,39	3.586,82						
h ₁₃	49,12	3.549,25	3.857,88	3.809,18						
h ₁₄	47,88	3.760,49	4.061,33	4.010,43						
h ₁₅	46,68	3.959,54	4.252,84	4.189,06						
h ₁₆	45,28	4.125,29	4.409,79	4.322,14	17.781,41	24.893,98	21.639,29			
h ₁₇	43,48	4.234,49	4.507,68	4.422,67						
h ₁₈	41,84	4.337,66	4.600,55	4.475,20						
h ₁₉	39,56	4.349,85	4.598,41	4.426,38						
h ₂₀	36,60	4.254,34	4.484,31	4.290,72						
h ₂₁	33,44	4.097,14	4.307,25	4.070,25	18.384,60	23.637,34	15.225,73	31.516,46		
h ₂₂	29,76	3.833,25	4.020,23	3.814,90						
h ₂₃	26,72	3.609,56	3.777,45	3.494,71						
h ₂₄	22,72	3.211,96	3.354,72	3.009,21						
h ₂₅	18,04	2.663,69	2.777,04	2.130,50						
h ₂₆	9,64	1.483,96			6.814,11					
		72.499,66	78.366,90	75.433,28	59.705,97	88.043,13	73.874,55	47.664,24	70.371,68	59.017,96

Àmfora 14		V: 1 cm			V: 5 cm			V: 10 cm		
Altura	Mesura Altura	Cilindres Interiors	Cilindres Exteriors	Mitjana aritmètica	Cilindres Interiors	Cilindres Exteriors	Mitjana aritmètica	Cilindres Interiors	Cilindres Exteriors	Mitjana aritmètica
h ₁	54,12		170,02	170,40		4.250,57	3.846,88		17.002,30	13.829,29
h ₂	54,36	170,78	512,33	511,58						
h ₃	54,20	510,82	851,37	849,17						
h ₄	53,92	846,97	1.185,76	1.183,12						
h ₅	53,68	1.180,48	1.517,77	1.378,66						
h ₆	43,84	1.239,55	1.515,00	1.456,25	3.443,19	10.329,56	9.160,88			
h ₇	40,44	1.397,51	1.651,60	1.611,57						
h ₈	38,48	1.571,55	1.813,33	1.776,57						
h ₉	36,92	1.739,81	1.971,79	1.933,34						
h ₁₀	35,48	1.894,88	2.117,81	2.071,25						
h ₁₁	33,92	2.024,69	2.237,82	2.198,24	7.992,21	13.320,35	11.843,80	10.656,28	31.968,85	20.659,11
h ₁₂	32,72	2.158,65	2.364,24	2.315,10						
h ₁₃	31,36	2.265,97	2.463,01	2.395,46						
h ₁₄	29,64	2.327,92	2.514,15	2.446,30						
h ₁₅	28,04	2.378,44	2.554,62	2.479,91						
h ₁₆	26,40	2.405,20	2.571,08	2.450,32	10.367,26	14.514,16	9.983,98			
h ₁₇	23,92	2.329,55	2.479,85	2.347,15						
h ₁₈	21,36	2.214,45	2.348,65	2.179,32						
h ₁₉	18,28	2.009,99	2.124,85	1.922,59						
h ₂₀	14,80	1.720,34	1.813,33	1.514,37						
h ₂₁	9,92	1.215,42			5.453,80			9.349,38		
		33.602,98	36.778,37	35.190,68	27.256,46	42.414,64	34.835,55	20.005,66	48.971,15	34.488,40



Àmfora 1		Mètode de Rodanxes		
Radi	Mesura Radi	V: 10cm	V: 5cm	V: 1cm
r ₁	3,92			
r ₂	3,96			48,77
r ₃	4,04			50,27
r ₄	4,04			51,28
r ₅	4,20			53,33
r ₆	4,36		269,48	57,56
r ₇	4,44			60,82
r ₈	4,72			65,92
r ₉	5,08			75,46
r ₁₀	5,36			85,62
r ₁₁	5,88	764,35	414,80	99,30
r ₁₂	6,52			120,87
r ₁₃	7,56			155,99
r ₁₄	8,52			203,32
r ₁₅	9,68			260,51
r ₁₆	10,92		1.141,60	333,69
r ₁₇	12,20			420,25
r ₁₈	13,32			511,83
r ₁₉	15,80			667,61
r ₂₀	17,08			849,52
r ₂₁	18,40	5.040,44	3.449,13	989,14
r ₂₂	19,80			1.146,60
r ₂₃	20,64			1.284,62
r ₂₄	21,52			1.396,22
r ₂₅	22,28			1.506,89
r ₂₆	22,92		6.731,46	1.604,71
r ₂₇	23,48			1.691,01
r ₂₈	24,04			1.773,63
r ₂₉	24,20			1.827,70
r ₃₀	24,24			1.842,89
r ₃₁	24,48	14.537,85	8.826,19	1.864,27
r ₃₂	24,76			1.904,28
r ₃₃	24,96			1.941,58
r ₃₄	25,12			1.969,79
r ₃₅	25,40			2.004,57
r ₃₆	25,56		9.834,72	2.039,62
r ₃₇	25,64			2.058,88
r ₃₈	25,36			2.042,84
r ₃₉	25,08			1.998,23
r ₄₀	25,08			1.976,08
r ₄₁	25,04	19.260,59	10.054,86	1.972,93
r ₄₂	25,00			1.966,64
r ₄₃	24,96			1.960,36
r ₄₄	24,88			1.950,95
r ₄₅	24,68			1.929,10
r ₄₆	24,56		9.661,33	1.904,26
r ₄₇	24,32			1.876,53
r ₄₈	23,84			1.821,70
r ₄₉	23,44			1.755,72
r ₅₀	22,80			1.679,40
r ₅₁	22,00	17.403,18	8.521,64	1.576,49
r ₅₂	21,16			1.463,21
r ₅₃	20,28			1.348,95
r ₅₄	19,48			1.241,77
r ₅₅	18,60			1.139,10
r ₅₆	17,48		6.147,63	1.022,73
r ₅₇	16,28			895,52
r ₅₈	14,80			759,24
r ₅₉	12,32			579,27
r ₆₀	8,52			344,88
r ₆₁	3,08	5.877,36	1.931,43	113,43
		62.883,78	66.984,27	68.337,64

Àmfora 2		Mètode de Rodanxes		
Radi	Mesura Radi	V: 10cm	V: 5cm	V: 1cm
r ₁	3,80			
r ₂	3,68			43,95
r ₃	3,80			43,95
r ₄	3,96			47,30
r ₅	4,28			53,35
r ₆	4,36		261,89	58,63
r ₇	4,64			63,64
r ₈	5,08			74,25
r ₉	5,64			90,34
r ₁₀	6,32			112,47
r ₁₁	7,28	995,91	543,23	145,51
r ₁₂	8,04			184,49
r ₁₃	9,20			233,79
r ₁₄	10,72			312,26
r ₁₅	12,24			414,64
r ₁₆	13,92		1.822,66	538,22
r ₁₇	15,56			683,27
r ₁₈	16,76			820,79
r ₁₉	17,68			931,79
r ₂₀	18,72			1.040,90
r ₂₁	19,56	6.052,68	4.443,44	1.151,07
r ₂₂	20,28			1.246,74
r ₂₃	21,04			1.341,09
r ₂₄	21,60			1.428,07
r ₂₅	22,16			1.504,07
r ₂₆	22,64		7.005,76	1.576,39
r ₂₇	23,28			1.656,23
r ₂₈	23,80			1.740,93
r ₂₉	24,00			1.794,52
r ₃₀	24,40			1.839,88
r ₃₁	24,60	15.382,59	8.768,57	1.885,75
r ₃₂	24,80			1.916,66
r ₃₃	24,84			1.935,32
r ₃₄	24,88			1.941,57
r ₃₅	24,92			1.947,82
r ₃₆	24,92		9.630,02	1.950,95
r ₃₇	24,88			1.947,82
r ₃₈	24,88			1.944,69
r ₃₉	24,64			1.925,99
r ₄₀	24,40			1.888,84
r ₄₁	24,28	18.765,43	9.506,37	1.861,20
r ₄₂	23,88			1.821,68
r ₄₃	23,84			1.788,51
r ₄₄	23,64			1.770,57
r ₄₅	23,36			1.734,97
r ₄₆	23,00		8.780,53	1.688,05
r ₄₇	22,88			1.653,25
r ₄₈	22,48			1.616,02
r ₄₉	22,20			1.567,91
r ₅₀	21,72			1.515,07
r ₅₁	21,16	16.242,34	7.662,48	1.444,19
r ₅₂	20,68			1.374,97
r ₅₃	19,80			1.287,18
r ₅₄	19,24			1.197,12
r ₅₅	18,64			1.127,06
r ₅₆	17,72		5.951,74	1.038,56
r ₅₇	16,76			933,98
r ₅₈	15,56			820,79
r ₅₉	14,12			692,40
r ₆₀	12,36			551,52
r ₆₁	9,84	7.883,15	3.064,04	388,74
r ₆₂	7,20			229,87
r ₆₃	3,04			86,89
		65.322,11	67.440,74	68.648,43

Àmfora 8		Mètode de Rodanxes		
Radi	Mesura Radi	V: 10cm	V: 5cm	V: 1cm
r ₁	4,68			
r ₂	4,72			69,40
r ₃	4,76			70,58
r ₄	4,88			72,99
r ₅	5,12			78,55
r ₆	5,48		406,20	88,28
r ₇	6,04			104,31
r ₈	6,56			124,76
r ₉	7,24			149,69
r ₁₀	8,20			187,48
r ₁₁	9,28	1.585,99	874,43	240,28
r ₁₂	10,36			303,26
r ₁₃	11,48			374,95
r ₁₄	12,40			448,10
r ₁₅	13,80			539,64
r ₁₆	15,20		2.399,20	661,03
r ₁₇	16,44			786,66
r ₁₈	17,40			899,64
r ₁₉	18,40			1.006,86
r ₂₀	19,04			1.101,04
r ₂₁	20,00	7.034,22	4.895,86	1.197,28
r ₂₂	20,68			1.299,85
r ₂₃	21,40			1.390,86
r ₂₄	22,20			1.493,18
r ₂₅	22,72			1.584,85
r ₂₆	23,28		7.369,96	1.661,98
r ₂₇	23,68			1.732,03
r ₂₈	24,20			1.800,59
r ₂₉	24,56			1.867,35
r ₃₀	25,00			1.929,14
r ₃₁	25,28	16.175,83	9.265,37	1.985,57
r ₃₂	25,56			2.030,04
r ₃₃	25,60			2.055,66
r ₃₄	25,64			2.062,09
r ₃₅	25,72			2.071,76
r ₃₆	25,72		10.214,36	2.078,22
r ₃₇	25,68			2.074,99
r ₃₈	25,64			2.068,54
r ₃₉	25,52			2.055,66
r ₄₀	25,40			2.036,42
r ₄₁	25,16	19.982,09	10.166,50	2.007,74
r ₄₂	25,04			1.979,24
r ₄₃	24,92			1.960,36
r ₄₄	24,68			1.932,22
r ₄₅	24,48			1.898,09
r ₄₆	24,12		9.538,19	1.855,11
r ₄₇	23,72			1.797,56
r ₄₈	23,32			1.737,94
r ₄₉	22,76			1.667,77
r ₅₀	22,24			1.590,50
r ₅₁	21,64	17.234,54	8.231,08	1.512,34
r ₅₂	20,88			1.420,11
r ₅₃	20,16			1.322,97
r ₅₄	19,32			1.224,36
r ₅₅	18,36			1.115,34
r ₅₆	17,44		6.020,57	1.006,82
r ₅₇	16,44			901,78
r ₅₈	14,92			773,00
r ₅₉	13,16			620,09
r ₆₀	10,72			449,44
r ₆₁	8,04	7.402,82	2.665,18	278,29
r ₆₂	5,76			150,93
r ₆₃	3,08			63,26
r ₆₄	0,40			11,39
		69.415,49	72.046,91	73.060,24

Àmfora 9		Mètode de Rodanxes		
Radi	Mesura Radi	V: 10cm	V: 5cm	V: 1cm
r ₁	2,92			
r ₂	2,76			25,35
r ₃	2,68			23,24
r ₄	2,52			21,24
r ₅	2,76			21,91
r ₆	2,88		132,11	24,99
r ₇	3,32			30,24
r ₈	3,76			39,42
r ₉	4,40			52,40
r ₁₀	5,04			70,10
r ₁₁	5,80	618,92	307,03	92,44
r ₁₂	6,76			124,14
r ₁₃	7,76			165,85
r ₁₄	9,56			236,45
r ₁₅	10,92			329,90
r ₁₆	12,76		1.416,15	441,29
r ₁₇	14,40			580,07
r ₁₈	15,44			699,62
r ₁₉	16,16			784,40
r ₂₀	16,96			861,70
r ₂₁	17,60	4.665,06	3.650,29	938,18
r ₂₂	18,32			1.013,49
r ₂₃	18,76			1.079,92
r ₂₄	19,16			1.129,39
r ₂₅	19,36			1.165,38
r ₂₆	19,60		5.439,56	1.192,16
r ₂₇	20,04			1.234,17
r ₂₈	20,36			1.281,92
r ₂₉	20,44			1.307,41
r ₃₀	20,48			1.315,11
r ₃₁	20,60	11.484,41	6.347,48	1.325,42
r ₃₂	20,60			1.333,17
r ₃₃	20,48			1.325,42
r ₃₄	20,48			1.317,68
r ₃₅	20,44			1.315,11
r ₃₆	20,20		6.537,24	1.297,19
r ₃₇	20,00			1.269,25
r ₃₈	19,64			1.234,15
r ₃₉	19,28			1.189,73
r ₄₀	18,96			1.148,51
r ₄₁	18,48	12.006,73	5.879,21	1.101,00
r ₄₂	17,72			1.029,37
r ₄₃	17,08			951,26
r ₄₄	16,32			876,31
r ₄₅	15,60			800,37
r ₄₆	14,40		4.267,24	707,24
r ₄₇	13,60			615,92
r ₄₈	12,44			532,92
r ₄₉	11,12			436,41
r ₅₀	8,28			297,70
r ₅₁	4,20	4.573,81	1.494,77	126,68
		33.348,92	35.471,08	36.512,65

Àmfora 10		Mètode de Rodanxes		
Radi	Mesura Radi	V: 10cm	V: 5cm	V: 1cm
r ₁	2,92			
r ₂	3,00			27,53
r ₃	2,96			27,90
r ₄	2,96			27,53
r ₅	3,24			30,21
r ₆	3,16		145,24	32,17
r ₇	3,48			34,65
r ₈	3,64			39,82
r ₉	3,96			45,39
r ₁₀	4,60			57,66
r ₁₁	5,20	531,46	279,90	75,52
r ₁₂	5,92			97,25
r ₁₃	6,68			124,84
r ₁₄	7,92			167,82
r ₁₅	8,96			224,07
r ₁₆	10,08		948,04	285,05
r ₁₇	11,04			350,57
r ₁₈	12,24			426,03
r ₁₉	13,16			506,93
r ₂₀	13,84			572,68
r ₂₁	14,56	3.296,01	2.410,46	633,61
r ₂₂	15,20			695,70
r ₂₃	15,80			754,86
r ₂₄	16,68			828,76
r ₂₅	17,24			903,73
r ₂₆	17,92		4.157,56	971,05
r ₂₇	18,48			1.040,70
r ₂₈	19,08			1.108,10
r ₂₉	19,60			1.175,14
r ₃₀	19,84			1.221,71
r ₃₁	20,12	9.526,93	5.688,85	1.254,15
r ₃₂	20,24			1.279,36
r ₃₃	20,32			1.292,07
r ₃₄	20,32			1.297,17
r ₃₅	20,40			1.302,28
r ₃₆	20,24		6.396,81	1.297,18
r ₃₇	20,12			1.279,36
r ₃₈	19,96			1.261,68
r ₃₉	19,76			1.239,12
r ₄₀	19,56			1.214,29
r ₄₁	19,44	12.292,64	6.183,89	1.194,59
r ₄₂	19,12			1.167,81
r ₄₃	18,96			1.138,90
r ₄₄	18,60			1.108,04
r ₄₅	18,12			1.059,06
r ₄₆	17,80		5.449,54	1.013,38
r ₄₇	17,16			960,02
r ₄₈	16,40			884,72
r ₄₉	15,64			806,41
r ₅₀	14,68			722,26
r ₅₁	13,68	8.702,16	3.913,83	631,95
r ₅₂	12,24			528,21
r ₅₃	10,40			403,46
r ₅₄	3,80			169,77
		34.349,20	35.574,14	36.992,24

Àmfora 11		Mètode de Rodanxes		
Radi	Mesura Radi	V: 10cm	V: 5cm	V: 1cm
r ₁	2,64			
r ₂	2,64			21,90
r ₃	2,72			22,57
r ₄	2,76			23,59
r ₅	2,96			25,71
r ₆	3,12		130,59	29,04
r ₇	3,40			33,41
r ₈	3,80			40,76
r ₉	4,12			49,29
r ₁₀	4,72			61,47
r ₁₁	5,32	516,44	286,07	79,26
r ₁₂	6,08			102,22
r ₁₃	7,12			137,13
r ₁₄	8,32			187,61
r ₁₅	9,96			263,15
r ₁₆	11,76		1.199,90	371,37
r ₁₇	13,44			499,50
r ₁₈	15,32			650,56
r ₁₉	16,68			804,73
r ₂₀	17,48			916,65
r ₂₁	18,24	4.796,55	3.589,26	1.002,26
r ₂₂	18,76			1.075,28
r ₂₃	19,24			1.134,18
r ₂₄	19,76			1.194,66
r ₂₅	20,32			1.261,75
r ₂₆	20,92		6.031,46	1.335,85
r ₂₇	21,44			1.409,37
r ₂₈	22,00			1.482,15
r ₂₉	22,52			1.556,75
r ₃₀	22,80			1.613,15
r ₃₁	23,12	13.497,76	7.622,82	1.656,15
r ₃₂	23,44			1.702,64
r ₃₃	23,72			1.746,80
r ₃₄	24,04			1.791,53
r ₃₅	24,28			1.833,78
r ₃₆	24,56		8.930,27	1.873,47
r ₃₇	24,72			1.907,36
r ₃₈	24,96			1.938,46
r ₃₉	25,16			1.972,94
r ₄₀	25,24			1.995,04
r ₄₁	25,36	18.472,43	9.786,92	2.010,91
r ₄₂	25,32			2.017,27
r ₄₃	25,32			2.014,08
r ₄₄	25,36			2.017,27
r ₄₅	25,32			2.017,27
r ₄₆	25,28		10.070,42	2.010,90
r ₄₇	25,08			1.991,88
r ₄₈	25,00			1.969,79
r ₄₉	24,80			1.947,83
r ₅₀	24,56			1.913,57
r ₅₁	24,24	19.325,34	9.631,30	1.870,41
r ₅₂	23,84			1.815,64
r ₅₃	23,36			1.749,80
r ₅₄	23,00			1.688,05
r ₅₅	22,36			1.616,09
r ₅₆	21,76		8.317,56	1.528,93
r ₅₇	21,08			1.441,54
r ₅₈	20,24			1.341,13
r ₅₉	19,32			1.229,36
r ₆₀	18,44			1.120,04
r ₆₁	17,28	13.666,38	6.011,48	1.002,46
r ₆₂	16,20			880,67
r ₆₃	14,60			745,73
r ₆₄	13,04			600,66
r ₆₅	11,16			460,89
r ₆₆	8,44		2.700,07	303,66
		70.274,90	74.308,12	75.109,26

Àmfora 12		Mètode de Rodanxes		
Radi	Mesura Radi	V: 10cm	V: 5cm	V: 1cm
r ₁	3,76			
r ₂	3,64			43,01
r ₃	3,76			43,01
r ₄	3,76			44,41
r ₅	3,84			45,37
r ₆	3,92		231,66	47,30
r ₇	4,16			51,29
r ₈	4,16			54,37
r ₉	4,36			57,02
r ₁₀	4,80			65,95
r ₁₁	5,16	630,04	325,78	77,95
r ₁₂	5,52			89,62
r ₁₃	6,28			109,51
r ₁₄	6,92			136,96
r ₁₅	7,92			173,23
r ₁₆	8,80		782,64	219,77
r ₁₇	9,88			274,36
r ₁₈	10,24			317,97
r ₁₉	11,92			386,42
r ₂₀	13,40			504,09
r ₂₁	14,64	3.314,36	2.202,26	617,92
r ₂₂	15,88			731,98
r ₂₃	17,12			855,70
r ₂₄	18,48			995,87
r ₂₅	19,20			1.115,23
r ₂₆	19,72		4.670,02	1.189,77
r ₂₇	20,12			1.246,65
r ₂₈	21,28			1.346,49
r ₂₉	22,08			1.476,79
r ₃₀	22,36			1.551,11
r ₃₁	23,04	11.335,67	7.194,61	1.618,95
r ₃₂	23,44			1.696,81
r ₃₃	23,80			1.752,74
r ₃₄	24,00			1.794,52
r ₃₅	24,44			1.842,94
r ₃₆	24,36		8.825,29	1.870,38
r ₃₇	24,80			1.898,13
r ₃₈	25,12			1.957,24
r ₃₉	25,44			2.007,75
r ₄₀	25,52			2.039,62
r ₄₁	25,84	18.785,69	9.899,04	2.071,79
r ₄₂	25,92			2.104,16
r ₄₃	26,08			2.123,72
r ₄₄	26,32			2.156,53
r ₄₅	26,36			2.179,62
r ₄₆	26,32		10.684,33	2.179,62
r ₄₇	26,32			2.176,31
r ₄₈	26,28			2.173,01
r ₄₉	26,24			2.166,40
r ₅₀	26,24			2.163,10
r ₅₁	26,20	21.270,19	10.832,04	2.159,81
r ₅₂	26,08			2.146,65
r ₅₃	26,00			2.130,26
r ₅₄	26,00			2.123,72
r ₅₅	25,96			2.120,45
r ₅₆	25,60		10.537,53	2.087,96
r ₅₇	24,88			2.001,51
r ₅₈	24,48			1.913,59
r ₅₉	23,96			1.842,96
r ₆₀	23,32			1.755,79
r ₆₁	22,72	18.827,59	9.179,68	1.664,89
r ₆₂	21,96			1.568,04
r ₆₃	21,36			1.473,99
r ₆₄	20,56			1.380,34
r ₆₅	19,36			1.251,99
r ₆₆	18,04		6.552,88	1.099,04
r ₆₇	17,04			966,78
r ₆₈	15,84			849,47
r ₆₉	14,36			716,89
r ₇₀	11,20			515,73
r ₇₁	9,72	8.707,61	3.116,82	344,30
r ₇₂	6,40			206,97
r ₇₃	2,00			60,49
		82.871,14	85.034,59	86.224,07

Àmfora 13		Mètode de Rodanxes		
Radi	Mesura Radi	V: 10cm	V: 5cm	V: 1cm
r ₁	4,40			
r ₂	4,28			59,18
r ₃	4,20			56,48
r ₄	4,08			53,85
r ₅	4,04			51,79
r ₆	4,00		277,30	50,77
r ₇	4,20			52,82
r ₈	4,44			58,64
r ₉	4,64			64,76
r ₁₀	5,00			73,02
r ₁₁	5,64	795,72	368,45	89,02
r ₁₂	6,28			111,70
r ₁₃	7,16			142,07
r ₁₄	7,96			179,72
r ₁₅	9,00			226,20
r ₁₆	10,04		990,84	285,01
r ₁₇	11,20			354,67
r ₁₈	12,48			440,83
r ₁₉	13,68			537,86
r ₂₀	14,84			639,19
r ₂₁	15,88	3.911,78	2.682,98	741,48
r ₂₂	16,96			847,33
r ₂₃	17,84			951,35
r ₂₄	18,32			1.027,00
r ₂₅	18,88			1.086,95
r ₂₆	19,52		4.938,49	1.158,22
r ₂₇	19,92			1.221,74
r ₂₈	20,48			1.281,98
r ₂₉	21,00			1.351,42
r ₃₀	21,64			1.428,09
r ₃₁	22,36	11.594,79	6.898,24	1.520,67
r ₃₂	22,92			1.610,37
r ₃₃	23,52			1.693,94
r ₃₄	23,96			1.770,61
r ₃₅	24,16			1.818,63
r ₃₆	24,64		8.681,53	1.870,44
r ₃₇	24,76			1.916,66
r ₃₈	25,04			1.947,84
r ₃₉	25,12			1.976,08
r ₄₀	25,20			1.988,71
r ₄₁	25,20	17.786,46	9.755,16	1.995,04
r ₄₂	25,28			2.001,38
r ₄₃	25,32			2.010,90
r ₄₄	25,28			2.010,90
r ₄₅	25,20			2.001,38
r ₄₆	25,00		9.896,23	1.979,25
r ₄₇	25,04			1.966,64
r ₄₈	24,84			1.954,09
r ₄₉	24,72			1.929,09
r ₅₀	24,56			1.907,36
r ₅₁	24,40	19.323,73	9.583,74	1.882,67
r ₅₂	24,12			1.849,00
r ₅₃	23,76			1.800,55
r ₅₄	23,36			1.743,86
r ₅₅	22,92			1.682,25
r ₅₆	22,40		8.606,29	1.613,20
r ₅₇	22,16			1.559,50
r ₅₈	21,60			1.504,07
r ₅₉	20,92			1.420,08
r ₆₀	20,44			1.343,60
r ₆₁	19,88	15.452,93	7.028,20	1.276,91
r ₆₂	18,88			1.180,19
r ₆₃	18,16			1.077,67
r ₆₄	17,12			977,85
r ₆₅	15,80			851,61
r ₆₆	14,40		4.653,99	716,83
r ₆₇	11,80			540,90
r ₆₈	7,76			304,76
r ₆₉	4,96			129,13
		68.865,40	74.361,43	75.947,76

Àmfora 14		Mètode de Rodanxes		
Radi	Mesura Radi	V: 10cm	V: 5cm	V: 1cm
r ₁	4,00			
r ₂	4,04			50,77
r ₃	4,08			51,79
r ₄	4,08			52,30
r ₅	4,20			53,85
r ₆	4,20		264,10	55,42
r ₇	4,28			56,48
r ₈	4,44			59,73
r ₉	4,52			63,05
r ₁₀	4,76			67,65
r ₁₁	5,12	656,53	342,22	76,70
r ₁₂	5,36			86,28
r ₁₃	5,72			96,45
r ₁₄	6,08			109,39
r ₁₅	6,72			128,79
r ₁₆	7,44		626,54	157,61
r ₁₇	8,16			191,27
r ₁₈	9,24			238,09
r ₁₉	10,40			303,30
r ₂₀	11,60			380,51
r ₂₁	12,72	2.650,87	1.632,52	464,86
r ₂₂	13,80			552,68
r ₂₃	14,84			644,51
r ₂₄	15,80			737,58
r ₂₅	16,52			820,55
r ₂₆	17,16		3.531,88	891,02
r ₂₇	17,84			962,23
r ₂₈	18,44			1.033,87
r ₂₉	18,88			1.093,94
r ₃₀	19,36			1.148,55
r ₃₁	19,76	8.415,31	5.361,68	1.202,00
r ₃₂	20,08			1.246,63
r ₃₃	20,40			1.287,00
r ₃₄	20,56			1.317,69
r ₃₅	20,56			1.327,99
r ₃₆	20,64		6.410,49	1.333,17
r ₃₇	20,64			1.338,35
r ₃₈	20,48			1.328,00
r ₃₉	20,44			1.315,11
r ₄₀	20,36			1.307,41
r ₄₁	20,16	12.516,57	6.537,33	1.289,53
r ₄₂	19,84			1.256,66
r ₄₃	19,36			1.206,93
r ₄₄	18,88			1.148,55
r ₄₅	18,36			1.089,27
r ₄₆	17,80		5.665,93	1.027,03
r ₄₇	17,04			953,49
r ₄₈	16,24			870,04
r ₄₉	15,36			784,47
r ₅₀	14,24			688,46
r ₅₁	12,92	8.731,73	3.737,15	579,82
r ₅₂	11,36			463,64
r ₅₃	9,40			339,49
r ₅₄	7,04			213,73
r ₅₅	3,00			83,44
		32.971,02	34.109,84	35.627,13